

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

Validation de modèles d'excitation par couche limite turbulente par mesure en tunnel aérodynamique

Mémoire de maîtrise en génie
Spécialité : génie mécanique

Mansour JENZRI

Jury : Nouredine ATALLA (directeur)
 Alain BERRY (rapporteur)
 Olivier ROBIN

Résumé

La prédiction du comportement vibroacoustique des structures excitées par des champs de pression aléatoire, notamment, la couche limite turbulente (CLT), présente un intérêt important dans le monde de la recherche scientifique industrielle et académique. Le développement d'une couche limite turbulente produit par les fluctuations de la pression pariétale entraîne la vibration des parois d'un véhicule ou d'un avion ce qui cause le rayonnement de bruit à l'intérieur de l'habitacle ou de la cabine. Plusieurs approches et méthodes de calcul ainsi que des codes commerciaux et non commerciaux (on s'intéresse à NOVA, NOVAFEM et VAOne) sont développés pour étudier la réponse vibroacoustique sous ce genre d'excitation. Ce projet vise à valider numériquement et expérimentalement ces différentes méthodes de calcul pour un cas académique qui est une plaque simplement appuyée sur ses bords et excitée par CLT. Pour aboutir à cet objectif, on procède à la formulation mathématique des méthodes de calcul, on s'intéresse particulièrement à une technique modale, à la méthode des éléments finis (en anglais '*Finite Element method*' ou FEM) et la méthode d'analyse statistique d'énergie (en anglais '*Statistical Energy Analysis*' ou SEA). Avant de développer les calculs et d'effectuer des validations numériques, une revue de la littérature est réalisée pour étudier les modèles existants pour l'excitation par CLT et pour étudier les techniques de mesures et de caractérisations expérimentales existantes. Dans ce travail, on calcule des différents indicateurs vibroacoustiques comme la vitesse vibratoire quadratique moyenne et la puissance acoustique rayonnée puis on effectue des validations croisées entre ces différentes méthodes et on compare leurs résultats avec les codes correspondants cités précédemment. Ceci fait l'objet du chapitre 3 dans ce mémoire.

Afin de valider expérimentalement ces méthodes de calculs, on réalise des tests en soufflerie anéchoïque pour un panneau simplement appuyé et excité par un écoulement turbulent, ce qui fait l'objet d'un quatrième chapitre. Au cours de la validation expérimentale, on utilise un réseau d'accéléromètres pour étudier la réponse vibratoire et on conçoit et on met en place un réseau de microphones qui permet d'étudier le rayonnement acoustique du panneau. Ce chapitre détaille le plan des tests, le déroulement des tests, le post-traitement des données ainsi que les résultats obtenus et leurs comparaisons avec les méthodes analytiques développées.

À la fin du mémoire on présente dans un cinquième chapitre une étude d'une structure complexe qui est un panneau raidi encastré sur ses bords et excité par CLT, on réalise des simulations par éléments finis pour étudier son comportement vibroacoustique puis on lui applique les mêmes techniques expérimentales utilisées pour le panneau académique et on compare les résultats.

Mots-clés : Couche limite turbulente, vibroacoustique, fluctuations de pression pariétale.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de recherche Monsieur Nouredine Atalla et de lui manifester ma profonde gratitude pour son encadrement, sa disponibilité et la confiance qu'il m'a accordé tout au long du projet. J'ai la chance de travailler sous sa direction dans un milieu de haut niveau de professionnalisme et de sérieux.

Je tiens à remercier Olivier Robin pour ses précieux conseils, son appui et son soutien tout au long du projet. J'ai la chance de travailler avec l'expert de l'expérimental.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur Alain Berry pour avoir accepté d'évaluer ce travail.

Je remercie toute l'équipe du GAUS et particulièrement Raef Cherif et Kamal Kessour qui m'ont aidé pendant mon intégration dans le monde de la vibroacoustique.

À ma famille : Je vous remercie énormément pour votre appui et soutien tout au long de ces années d'études. Que ce travail soit le témoignage de ma grande considération.

Mes remerciements s'adressent vivement à mes amis qui constituent ma seconde famille et qui m'apportent leur soutien moral pendant ces années d'études.

Liste des acronymes

Acronyme	Définition
GAUS	: Groupe Acoustique de l'Université de Sherbrooke
TBL	: 'Turbulent Boundary Layer'
CLT	: Couche Limite Turbulente
SEA	: 'Statistical Energy Analysis'
FEM	: 'Finite Element Method'
BEM	: 'Boundary Element Method'
PSD	: 'Power Spectral Density'
SPL	: 'Sound Pressure Level'
SIF	: 'Semi Infinite Fluid'
CAD	: 'Computer-Aided Design'
SSP	: 'Simply Supported Panel'
B&K	: Brüel & Kjær

Table des matières

Résumé	i
Remerciements.....	ii
Liste des acronymes	iii
Liste des figures	vi
Liste des tableaux	xi
Chapitre 1 Introduction	1
1.1 Mise en contexte.....	1
1.2 Problématique.....	2
1.3 Objectifs	3
1.4 Méthodologie.....	3
Chapitre 2 État de l’art	4
2.1 La couche limite turbulente	4
2.2 Modélisation de l’excitation par couche limite turbulente	5
2.2.1 Modèles d’interspectre de pression pariétale due à une excitation par couche limite turbulente	5
2.2.2 Modèles d’autospectre de pression pariétale due à une excitation par TBL	8
2.3 Comparaison des quelques modèles de la TBL	11
2.4 Validations expérimentales.....	13
2.4.1 Mesure en soufflerie	13
2.4.2 Techniques de mesures de vitesse d’un écoulement en soufflerie	15
2.4.3 Mesure de fluctuations de pression pariétale	17
2.5 Mesure de vitesse vibratoire et de puissance acoustique rayonnée d’un panneau sous CLT.....	20
2.6 Approches et méthodes de prédiction vibroacoustique.....	23
2.6.1 Méthode des éléments finis.....	23
2.6.2 Méthode d’analyse statistique d’énergie	24
2.6.3 Méthode des éléments de frontière	25
2.7 Les codes commerciaux utilisés pour les validations	26
2.7.1 VAOne [42]	26
2.7.2 NOVA [43].....	26
2.7.3 NOVAFEM [44]	27
Chapitre 3 Modélisations et validations croisés pour la réponse vibroacoustique de panneaux simplement appuyés et excités par CLT	29
3.1 Méthode analytique modale.....	29
3.1.1 Mise en équations pour la méthode analytique	29
3.1.2 Application de la méthode analytique	33
3.2 Approche par SEA.....	37

3.2.1 Mise en équation de la méthode SEA	37
3.2.2 Résultats	38
3.3 Approche par FEM.....	45
3.3.1 Méthode stochastique	45
3.3.2 Méthode déterministe	52
3.3.3 Validation avec VAOne	56
3.3.4 Validation avec NOVAFEM	61
3.4 Approche asymptotique :	64
3.5 Application pour une plaque excitée par CLT et couplée à une cavité	67
Chapitre 4 Validation expérimentale de la réponse vibroacoustique d'un panneau simplement appuyé et excité par CLT	70
4.1 Avant-propos	70
4.2 Introduction.....	72
4.3 Numerical modelling	73
4.4 Experimental methods in wind-tunnel facility	76
4.5 Experimental results.....	81
4.5.1 Vibration and radiated sound power under mechanical excitation	81
4.5.2 Vibration and radiated sound power under TBL excitation	84
4.5.3 Comparison of theoretical and measured radiation efficiency	85
4.6 Conclusions.....	87
Chapitre 5 Étude du comportement vibroacoustique d'une structure complexe sous excitation par une CLT	88
5.1 Introduction.....	88
5.2 Création du modèle CAD	89
5.3 Création du modèle FEM.....	90
5.4 Simulation du panneau de fuselage sous CLT sur VAOne	91
5.4.1 Mesure d'amortissement avant la simulation :	92
5.4.2 Modèle VAOne	93
5.5 Résultats :	94
Chapitre 6 Conclusions et perspectives	97
Liste des références	99
Annexe A Calcul de la Joint Acceptance	104
Annexe B Expression de la matrice de couplage C	108
Annexe C Mise en plan du panneau raidi	110

Liste des figures

Figure 1.1	Sources de bruit dans un avion	1
Figure 1.2	Pourcentage des étapes du vol en termes du temps [1].....	1
Figure 2.1	Couche limite turbulente sur une plaque rigide [2]	4
Figure 2.2	Schéma d'une plaque excitée par TBL.....	5
Figure 2.3	Évolution de la couche limite sur un corps : x abscisses curviligne, S point de séparation [2]	10
Figure 2.4	Modèles des interspectres de pression pariétale dans la direction longitudinale normalisés par le nombre d'onde convectif [13]	12
Figure 2.5	Comparaison de quelques modèles des autospectres de la CLT avec $U_c = 21$ m/s [13]	13
Figure 2.6	Exemple d'une soufflerie [14].	15
Figure 2.7	Tube de Pitot [17].	16
Figure 2.8	Sonde Cobra [18].	16
Figure 2.9	Anémomètre à fil chaud de type simple [20].	17
Figure 2.10	Réseau de transducteurs utilisé par Arguillat [22]	18
Figure 2.11	(a) Vue du réseau du côté de l'opérateur qui le fait tourner (b) Vue rapproché du cotée de la mesure [23]	18
Figure 2.12	(a) Schéma du réseau [23] (b) Positions des micros obtenues après 6 rotations de 60 degrés (c) : Positions des micros obtenues après 60 rotations de 6 degrés	19
Figure 2.13	Les séparations possibles avec le réseau spiral de capteurs [23]	19
Figure 2.14	(a) Schéma de l'ensemble rotatif du réseau — (b) Photo de la technique de montage des micros [24]	20
Figure 2.15	Zone de mesures dans l'essai en vol d'un Boeing 737 [27]	20
Figure 2.16	Schéma du modèle de test [32]	21
Figure 2.17	Photo et schéma du modèle de test [32]	22
Figure 2.18	Schéma du montage expérimental [33]	22
Figure 2.19	Montage de mesures vibratoires [33]	23
Figure 3.1	Plaque excitée par une CLT [21].	29
Figure 3.2	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : Nova Modal.....	34
Figure 3.3	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : Nova Modal	34
Figure 3.4	Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : Nova Modal	35
Figure 3.5	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : Nova Modal.....	35
Figure 3.6	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : Nova Modal.....	36

Figure 3.7	Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : Nova Modal.....	36
Figure 3.8	Modèle du système énergétique de la plaque excitée par TBL	37
Figure 3.9	Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : NOVA ENERGY à U_{c1}	39
Figure 3.10	Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : NOVA ENERGY à U_{c1}	40
Figure 3.11	Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : NOVA ENERGY à U_{c1}	40
Figure 3.12	Modèle SEA de la plaque sous VAOne	41
Figure 3.13	Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : VAONE SEA à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : VAONE SEA à U_{c1}	41
Figure 3.14	Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : VAONE SEA à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : VAONE SEA à U_{c1}	42
Figure 3.15	Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : SEA analytique à U_{c2} , - - : VAOne SEA à U_{c2} Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : VAOne SEA à U_{c1}	42
Figure 3.16	Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W) Δ : SEA analytique à U_{c2} , - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2} — : SEA analytique à U_{c2} , o : SEA analytique à U_{c1} ■ : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1} , -.- : SEA analytique à U_{c1}	43
Figure 3.17	Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) Δ : SEA analytique à U_{c2} , - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2} — : Analytique modal à U_{c2} , o : SEA analytique à U_{c1} ■ : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1} , -.- : Analytique modal à U_{c1}	44
Figure 3.18	Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W) Δ : SEA analytique à U_{c2} , — : Analytique modal à U_{c2} , - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2} , o : SEA analytique à U_{c1} -.- : Analytique modal à U_{c1} , ■ : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1}	44
Figure 3.19	Calcul de la matrice de la densité interspectrale de l'excitation sur les nœuds du maillage [47]	47
Figure 3.20	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique	49
Figure 3.21	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique.....	49
Figure 3.22	Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique	50
Figure 3.23	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique	50
Figure 3.24	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique.....	51
Figure 3.25	Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : FEM stochastique.....	51

Figure 3.26	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	53
Figure 3.27	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	54
Figure 3.28	Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	54
Figure 3.29	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	55
Figure 3.30	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	55
Figure 3.31	Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : FEM déterministe	56
Figure 3.32	Modèle de la plaque sous VAOne	57
Figure 3.33	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	58
Figure 3.34	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	58
Figure 3.35	Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	59
Figure 3.36	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	59
Figure 3.37	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	60
Figure 3.38	Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : VAOne FEM	60
Figure 3.39	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	61
Figure 3.40	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	61
Figure 3.41	Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	62
Figure 3.42	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	62
Figure 3.43	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	63
Figure 3.44	Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : NOVAFEM	63
Figure 3.45	Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, - - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique	65

Figure 3.46	Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, - - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique	65
Figure 3.47	Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W) — : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, - - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique	66
Figure 3.48	Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, -- : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique	66
Figure 3.49	(1) Schéma du problème étudié — (2) Modèle FEM correspondant sous VAOne	67
Figure 3.51	Pression quadratique moyenne à l'intérieur de la cavité Noir : Calcul analytique, Gris clair : VAOne FEM.....	69
Figure 4.1	Schematic description of the problem under study.....	73
Figure 4.2	Acceleration upon force at the panel's center: measurement vs analytical result	77
Figure 4.3	(Left) Schematic description of the experimental setup – (Right) Picture of the panel installed in the anechoic wind-tunnel	78
Figure 4.4	(upper part) Estimated values of the β parameter, which is the fraction between the convection velocity and the free flow velocity – (lower part) Estimated values of the α_x and α_y decay rates - Adapted from [63].	79
Figure 4.5	Shaker and vibration measurements – (left) Shaker positioned above the installed panel – (middle) View of the installed panel on its supporting stand below the baffle – (right) Position of the vibration measurements points on the panel.	80
Figure 4.6	Comparison of analytical radiated sound power and measured radiated sound power with a sound intensity probe	80
Figure 4.7	(left) Grid setup for the positioning of microphones along a parallelepiped surface prior installation – (right) Microphone array positioned below the panel before the acoustically treated measurement space is installed.	81
Figure 4.8	Acceleration upon force FRF measurement vs analytical calculation (measurement position is indicated in Figure 4.5).....	82
Figure 4.9	Mean quadratic velocity under shaker (point) excitation – Comparison of analytical and experimental results	83
Figure 4.10	Radiated sound power under shaker (point) excitation - Comparison of analytical and experimental results	83
Figure 4.11	Mean quadratic velocity under TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results.....	84
Figure 4.12	Radiated sound power under TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results.....	85
Figure 4.13	Radiation efficiency under shaker excitation and TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results.	86
Figure 5.1	Photos de fuselages d'avions construits sous forme de structures raidies [69][70].	88

Figure 5.2	Photos du panneau raidi	89
Figure 5.3	Modèle CAD du panneau raidi	89
Figure 5.4	Création de surfaces médianes à partir du modèle CAD	90
Figure 5.5	Modèle du panneau de fuselage après la création du maillage et la définition des conditions aux limites	91
Figure 5.6	Montage pour la mesure de l'amortissement du panneau de fuselage	92
Figure 5.7	Interface de sélection des pics significatifs lors de la détermination de l'amortissement structural avec la méthode de -3 dB via les fonctions de transfert	92
Figure 5.8	Modèle VAOne du panneau de fuselage en deux angles de vue (a) : vue montrant la face intérieure (b) vue montrant la face extérieure (face de l'excitation)	93
Figure 5.9	Photos du montage expérimental pour le panneau de fuselage (Gauche et milieu) deux vues de l'extérieur — (Droite) vue au-dessous du panneau	94
Figure 5.10	Vitesse quadratique moyenne (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) - - : Expérimental, — : VAOne	94
Figure 5.11	Puissance acoustique rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W) - . - : Résultat expérimental, — : Calcul VAOne, - - : Bruit de fond mesuré	95
Figure 5.12	Visualisation des déformées pour les modes (a) à 282 Hz et (b) à 418 Hz	95

Liste des tableaux

Tableau 2.1	Valeurs des constantes suivant le type d'écoulement [8]	11
Tableau 3.1	Propriétés géométriques et mécaniques de la plaque	33
Tableau 4.1	Characteristics of the panel under consideration	77
Tableau 4.2	Coordinates of vibration measurement points.....	79
Tableau 5.1	Propriétés du matériau du panneau de fuselage	90

Chapitre 1 Introduction

1.1 Mise en contexte

Depuis des années, la réduction du bruit dans les moyens de transport est nécessaire pour les constructeurs automobiles et aéronautiques. Effectivement, la réduction du niveau sonore dans les avions est devenue de plus en plus non seulement un argument technique, mais aussi un argument commercial. Ainsi le confort acoustique des passagers est devenu l'un des objectifs principaux pour ces constructeurs. Le bruit dans les avions est causé par différentes sources (figure 1.1). Dans ce projet, l'étude est ciblée sur le bruit induit par les fluctuations de pression pariétale causées par l'écoulement turbulent en vol de croisière qui présente le pourcentage le plus élevé en temps de vol (figure 1.2).

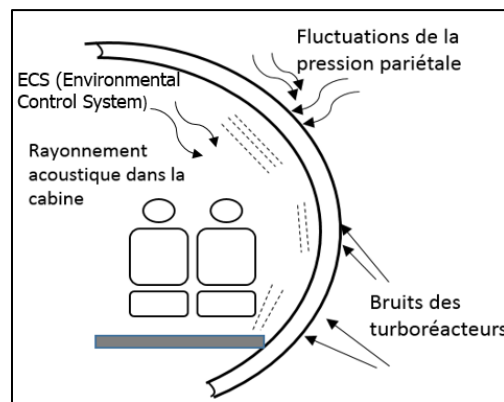


Figure 1.1 Sources de bruit dans un avion

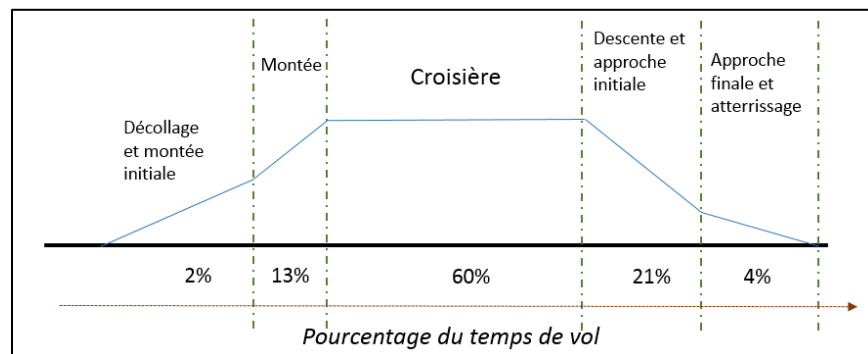


Figure 1.2 Pourcentage des étapes du vol en termes de temps [1]

Ce projet s'inscrit dans un cadre d'un projet CRIAQ (Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale du Québec) qui propose des programmes de recherches dans le domaine de l'optimisation, la validation et la modélisation des vibrations et du bruit dans les structures aéronautiques.

Le contrôle du bruit à l'intérieur des structures aéronautiques nécessite la mise en place de deux outils ou éléments essentiels qui sont la prédiction du bruit puis son atténuation. Ces deux éléments sont complémentaires parce que pour aboutir à un contrôle maîtrisé et efficace (soit par absorption du bruit soit par réduction...), il est indispensable de bien modéliser les structures et d'avoir des méthodes et des approches de prédictions vibroacoustiques fiables, efficaces, précises et peu coûteuses. Ce projet se dirige dans la direction de la validation des approches de prédictions indispensables lors de la conception acoustique des produits des constructeurs cités ci-dessous dans la problématique du projet.

Il y a diverses motivations pour ce projet. D'une part, on veut mieux comprendre la couche limite en tant qu'excitation. D'autre part, pour l'aspect industriel, on veut prédire le comportement vibroacoustique d'une structure soumise à ce type d'excitation.

1.2 Problématique

La problématique peut être séparée en deux parties.

Problématique technologique

Bombardier Aéronautique est intéressé à minimiser le nombre des coûteux essais en vol nécessaires pour les mesures de niveaux de bruit et à leur réduction dans leur flotte d'aéronefs. MDS Aero est intéressé à comprendre et à minimiser les mécanismes de génération de bruit à l'intérieur de leurs cellules de tests. Grâce à ce projet, à la fois Bombardier Aéronautique et MDS Aero Corporation pourront optimiser la conception acoustique de leurs produits.

Problématique scientifique

La problématique scientifique réside dans l'étude de modèles de couche limite turbulente existants dans la littérature, leur implémentation pour le cas académique d'une plaque isotrope et homogène en flexion et leur validation ce qui fait à l'aide de mesures en soufflerie.

1.3 Objectifs

Objectif général

L'objectif général est de développer, implémenter et valider expérimentalement et numériquement les approches de prédiction vibroacoustique pour le cas d'une structure excitée par couche limite turbulente. Pour ce faire, on définit des objectifs spécifiques :

Objectifs spécifiques

- Revue bibliographique;
- Développement d'un modèle vibroacoustique utilisant une plaque excitée par couche limite turbulente;
- Implémentation des différentes approches de prédiction vibroacoustique et validation numérique des résultats;
- Réalisation de tests en soufflerie afin de valider expérimentalement la modélisation.

1.4 Méthodologie

Dans ce mémoire, on procède en deux grandes étapes.

On présente en premier temps les principaux modèles d'excitation de la couche limite turbulente (CLT). Puis, les différentes équations mathématiques de notre système vibroacoustique sont développées et détaillées pour obtenir l'équation modale du mouvement de la plaque et pour déterminer les indicateurs vibroacoustique qui nous concernent. Toujours dans cette partie, on développe les approches de prédiction qui sont l'approche par SEA ('Statistical Energy Analysis' ou Analyse Énergétique Statistique) et FEM ('Finite Element method' ou Méthode des Éléments finis) ce qui permet de valider par rapport à la démarche analytique modale établie en premier lieu. Enfin, des validations numériques croisées sont effectuées entre les différentes approches en utilisant des codes de calcul et modélisation vibroacoustique.

Dans une deuxième partie, une étude expérimentale (qui fait l'objet d'un article scientifique) est présentée. Cette étude englobe une validation expérimentale de ce qui est implémenté tout au long de la première partie. Cette partie détaille les tests en soufflerie, en caractérisant l'écoulement turbulent dont on dispose, en décrivant le plan de test et les différents montages expérimentaux établis, en présentant le post-traitement des données et enfin en discutant et validant les résultats.

Chapitre 2 État de l'art

2.1 La couche limite turbulente

Lorsqu'une structure se trouve dans un écoulement de vitesse libre U_∞ , il y a une interaction entre le fluide et la paroi de la structure. À la paroi, la viscosité du fluide impose l'adhérence alors la vitesse relative de l'écoulement est nulle à ce niveau, puis au-delà d'une certaine distance, qu'on appelle épaisseur de la couche limite, l'interaction entre l'écoulement et la structure est nulle (plus on s'éloigne de la paroi, plus la vitesse augmente atteignant la vitesse de l'écoulement libre (figure 2.1). En effet, la couche la plus rapide accélère la couche la plus lente qui la freine. La turbulence est caractérisée par un nombre de Reynolds élevé.

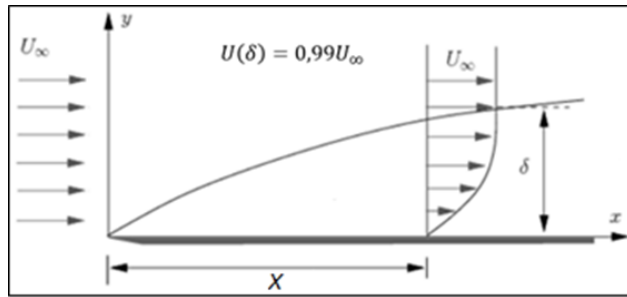


Figure 2.1 Couche limite turbulente sur une plaque rigide [2]

Épaisseur de la couche limite

L'épaisseur de la couche limite δ est définie conventionnellement comme étant la distance à partir de la paroi à laquelle la vitesse du fluide est égale à 99% de la vitesse libre de l'écoulement (figure 2.1).

On définit le nombre de Reynolds Re à partir de U_∞ , une distance X caractéristique de l'écoulement et de la viscosité cinématique du fluide \mathcal{G} :

$$Re = \frac{X \cdot U_\infty}{\mathcal{G}}. \quad (2.1)$$

La couche limite est d'autant plus mince que le nombre de Reynolds est grand.

2.2 Modélisation de l'excitation par couche limite turbulente

2.2.1 Modèles d'interspectre de pression pariétale due à une excitation par couche limite turbulente

L'excitation par couche limite turbulente (CLT) ou « Turbulent Boundary Layer (TBL) » est un phénomène aléatoire pour laquelle il n'existe pas de modèles déterministes pour décrire ce processus. Cependant, l'effet d'un écoulement turbulent sur une structure peut être représenté par la densité interspectrale de la pression pariétale. Dans le but de simplifier le calcul de la densité interspectrale, de nombreux chercheurs ont menés des études visant la modélisation simplifiée du phénomène. Il existe plusieurs modèles mais on s'intéresse qu'à quelques exemples mettant l'accent sur les modèles applicables dans le secteur aéronautique.

a) Modèle de Corcos

Le modèle de Corcos [3] est basé sur la séparation des variables d'espaces (effets transversaux et longitudinaux de l'écoulement). C'est le modèle le plus utilisé et le plus rencontré dans la littérature grâce à sa simplicité d'écriture et sa solution analytique.

Considérons une plaque (figure 2.2) soumise à une excitation CLT dans la direction x.

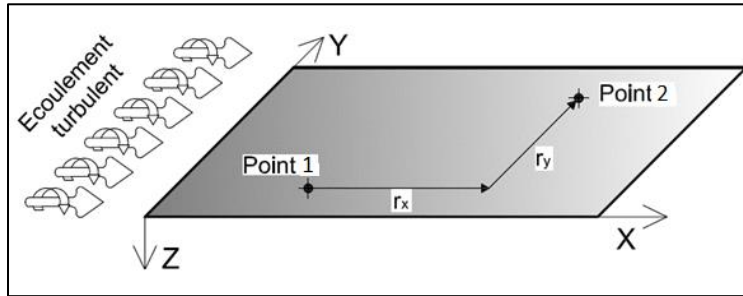


Figure 2.2 Schéma d'une plaque excitée par TBL

La densité interspectrale de la pression pariétale selon le modèle de Corcos s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) e^{\left(-\frac{\alpha_x \omega |r_x|}{U_c}\right)} e^{\left(-\frac{\alpha_y \omega |r_y|}{U_c}\right)} e^{\left(\frac{j\omega r_x}{U_c}\right)}. \quad (2.2)$$

Avec :

$S_p(\omega)$ l'autospectre de pression du champ exciteur, $r_x = x - x'$, $r_y = y - y'$, avec (x, y) et (x', y') sont les coordonnées de deux points 1 et 2 sur la plaque. α_x et α_y sont

les coefficients de décroissance suivant x et y , les valeurs usuelles pour les parois lisses en aéronautique sont $\alpha_x = 0.116$ et $\alpha_y = 0.7$ [4].

U_c est la vitesse convective de l'écoulement $U_c = \beta U_\infty$. Les valeurs typiques pour β se situent entre 0.5 et 0.8 (valeurs se situant entre 0.53 et 0.83 pour Willmarh et Woodridge [5] et Bull [6]). On prend classiquement, pour un écoulement subsonique, $\beta = 0.7$.

Une transformée de Fourier de l'expression de la densité interspectrale nous permet de passer du domaine spatial au domaine des nombres d'ondes.

$$S_{pp}(\omega, k_x, k_y) = S_p(\omega) \left(\frac{U_c}{\omega} \right)^2 \frac{4\alpha_x \alpha_y}{\left[\alpha_x^2 + \left(1 - \frac{k_x}{k_c} \right)^2 \right] \left[\alpha_y^2 + \left(\frac{k_y}{k_c} \right)^2 \right]}. \quad (2.3)$$

Avec k_x le nombre d'onde dans la direction de l'écoulement, k_y le nombre d'onde dans la direction transversale à l'écoulement et k_c le nombre d'onde convectif tel que $k_c = \frac{\omega}{U_c}$.

Les coefficients de décroissance α_x et α_y peuvent s'exprimer en termes de longueurs de corrélations L_x et L_y avec : $L_x = \frac{1}{k_c \alpha_x}$ et $L_y = \frac{1}{k_c \alpha_y}$.

b) Modèle d'Efimtsov

Le modèle d'Efimtsov [7] possède la même approche de Corcos, dans la séparation des variables d'espace sauf qu'il est dérivé de données qui sont prises en essais de vol sur une gamme large de nombres de Mach. Ce modèle, contrairement au modèle de Corcos, dépend de l'épaisseur de la couche limite en l'intégrant dans les expressions des longueurs de corrélation.

La densité interspectrale de pression pariétale pour ce modèle s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) e^{\left(\frac{|r_x|}{L_x} \right)} e^{\left(\frac{|r_y|}{L_y} \right)} e^{\left(\frac{j\omega r_x}{U_c} \right)}, \quad (2.4)$$

avec

$$\begin{cases} L_x = \delta \left[\left(\frac{a_1 Sh}{U_c / u_\tau} \right)^2 + \frac{a_2^2}{Sh^2 + \left(a_3 / a_4 \right)} \right]^{-1/2} , \\ L_y = \delta \left[\left(\frac{a_4 Sh}{U_c / u_\tau} \right)^2 + \frac{a_5^2}{Sh^2 + \left(a_5 / a_6 \right)} \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_\infty < 0.75 , \\ L_y = \delta \left[\left(\frac{a_4 Sh}{U_c / u_\tau} \right)^2 + a_7^2 \right]^{-1/2} \quad \text{si } M_\infty > 0.9 . \end{cases} \quad (2.5)$$

Où $M_\infty = \frac{U}{c}$ est le nombre de Mach de l'écoulement libre avec c la célérité du son.

$Sh = \frac{\omega \delta}{u_\tau}$ est le nombre de Strouhal et $u_\tau = U_\infty \cdot \sqrt{\left(c_f / 2 \right)}$ est la vitesse de frottement où c_f représente le coefficient de friction.

Les paramètres recommandés par Efimtsov dans l'air sont $a_1 = 0.1$, $a_2 = 72.8$, $a_3 = 1.54$, $a_4 = 0.77$, $a_5 = 548$, $a_6 = 13.5$ et $a_7 = 5.66$. Ces paramètres sont déterminés d'après des essais en vol.

Dans le domaine des nombres d'ondes, ce modèle s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, k_x, k_y) = S_p(\omega) \left(\frac{U_c}{\pi \omega} \right)^2 \frac{\frac{U_c^2}{\omega^2 L_x L_y}}{\left[\left(\frac{U_c}{\omega L_y} \right)^2 + \left(\frac{U_c k_y}{\omega} \right)^2 \right] \left[\left(\frac{U_c}{\omega L_x} \right)^2 + \left(\frac{U_c k_x}{\omega} - 1 \right)^2 \right]} . \quad (2.6)$$

c) Modèle de Cockburn et Robertson

Ce modèle de Cockburn et Robertson [8] est parti d'analyses des vibrations de navettes spatiales ou d'avions dans de diverses situations de vol (décollage, vol de croisière..) et il est basé, comme le modèle de Corcos, sur la séparation des variables de l'espace.

La densité interspectrale correspondant à ce modèle s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) \gamma_x(r_x, \omega) \gamma_y(r_y, \omega). \quad (2.7)$$

γ_x et γ_y sont les fonctions de cohérences spatiales données par les relations suivantes de Cockburn et Jolly [9]

$$\begin{cases} \gamma_x(r_x, \omega) = e^{\left(-c_x \left\{ \left(\frac{\omega}{U_c} \right)^2 + \left(\frac{1}{3\delta^*} \right)^2 \right\}^{1/2} \right) |r_x|} \\ \gamma_y(r_y, \omega) = e^{\left(-c_y \left\{ \left(\frac{\omega}{U_c} \right)^2 + \left(\frac{1}{3\delta^*} \right)^2 \right\}^{1/2} \right) |r_y|} \end{cases} \quad (2.8)$$

Avec $\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{U(z)}{U_\infty} \right) dz$ l'épaisseur du déplacement de la couche limite.

Les facteurs de décroissance c_x et c_y sont données par Cockburn et valent respectivement 0.1 et 0.72.

Dans le domaine des nombres d'ondes, ce modèle s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, k_x, k_y) = S_p(\omega) \frac{a.b}{\pi^2 \left[a^2 + \left(1 - \frac{k_x}{k_y} \right)^2 \right] \left[b^2 + \left(\frac{k_y}{k_c} \right)^2 \right]}, \quad (2.9)$$

avec

$$\begin{cases} a = c_x \left[k_c^2 + \left(\frac{1}{3\delta^*} \right)^2 \right]^{1/2} \\ b = c_y \left[k_c^2 + \left(\frac{1}{3\delta^*} \right)^2 \right]^{1/2} \end{cases}.$$

2.2.2 Modèles d'autospectre de pression pariétale due à une excitation par TBL

Dans les modèles décrits dans le paragraphe précédent, on a un terme qui est présent dans chaque expression d'interspectre de pression pariétale qui est $S_p(\omega)$ qu'on nomme

autospectre de pression pariétale. On présente dans cette section quelques modèles basés sur des courbes expérimentales obtenues par mesure en soufflerie.

a) Modèle d'Efimtsov

Ce modèle d'autospectre de pression pariétale développé par Efimtsov [10] à partir de mesures en soufflerie s'exprime en fonction du nombre de Strouhal Sh , la vitesse de frottement, l'épaisseur de la couche limite et la vitesse de frottement :

$$S_p(\omega) = \frac{0.01\delta\tau_w^2}{u_\tau \left[1 + 0.02(Sh)^{2/3} \right]}, \quad (2.10)$$

avec τ_w est la contrainte de frottement à la surface de l'écoulement et u_τ est la vitesse de frottement.

b) Modèle de Corcos-Bano

Bano [11] a développé une approche expérimentale et théorique de la réponse d'une plaque couplée à une cavité soumise à une excitation par TBL. C'est une approche modale qui prend en compte les couplages intermodaux et qui dépend de l'épaisseur de la couche limite. Il propose une écriture de S_p sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 2,14.10^{-5} \text{ si } \frac{\omega\delta}{U_\infty} < 1.05, \\ \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 2,5.10^{-5} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^{-2} \text{ si } 1.05 < \frac{\omega\delta}{U_\infty} < 3.5, \\ \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 1,27.10^{-4} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^{-2} \text{ si } \frac{\omega\delta}{U_\infty} > 3.5. \end{cases} \quad (2.11)$$

Avec q la pression dynamique définie par $q = \frac{1}{2}\rho_c U_\infty^2$, avec ρ_c étant la masse volumique du fluide dans la cavité.

c) Modèle de Corcos-Robert

Le modèle de Corcos Robert [12] est appliqué aux plaques. Il s'agit du même modèle que celui de Corcos Bano mais avec des ajustements différents. Il est défini par :

$$\begin{cases} \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 2,14.10^{-5} \text{ si } \frac{\omega\delta}{U_\infty} < 1.05 , \\ \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 2,5.10^{-6} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^{-0.75} \text{ si } 1.05 < \frac{\omega\delta}{U_\infty} < 3.5 , \\ \frac{S_p(\omega).U_\infty}{q^2\delta} = 1,27.10^{-4} \left(\frac{\omega\delta}{U_\infty} \right)^{-3} \text{ si } \frac{\omega\delta}{U_\infty} > 3.5 . \end{cases} \quad (2.12)$$

d) Modèle de Cockburn-Robertson

Le modèle de Cockburn Robertson [8] est valable pour deux types d'écoulement : l'écoulement attaché et l'écoulement séparé [2] .

Le développement de la couche limite dépend essentiellement de la distribution de la pression tout au long de la paroi. En présence d'un gradient de pression favorable, le cas où la pression décroît en aval de l'écoulement, la couche limite reste attachée à la surface de la structure. Dans le cas contraire, où la couche limite s'éloigne contre un gradient de pression qu'on appelle gradient de pression adverse qui l'oppose, l'écoulement peut éventuellement se séparer et on peut alors voir apparaître une zone d'écoulement renversé comme montré dans la figure 2.3.

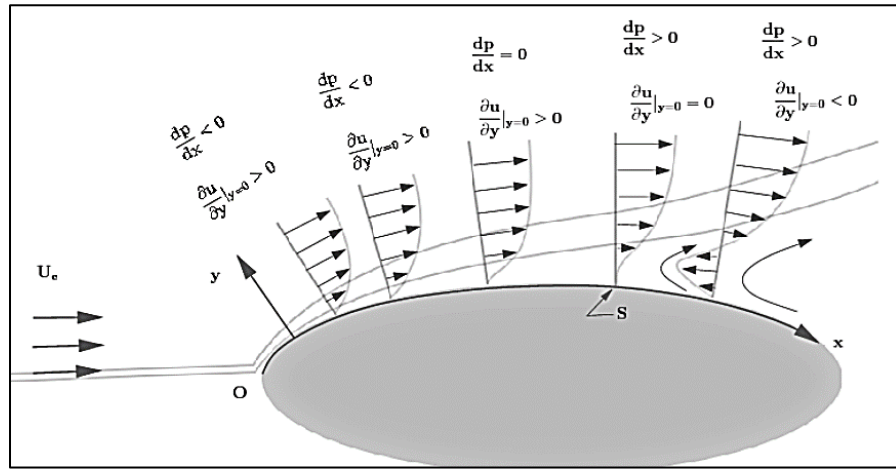


Figure 2.3 Évolution de la couche limite sur un corps : x abscisses curviligne, S point de séparation [2]

L'autospectre selon ce modèle s'écrit en fonction de la fréquence sous la forme :

$$S_p(f) = \frac{P_{rms}^2}{\left(f_0 \left(1 + \left(\frac{f}{f_0} \right)^A \right) \right)^B}, \quad (2.13)$$

avec

- $P_{rms} = \begin{cases} \frac{0.006}{1 + 0.14M_\infty^2} ; \text{(i)} \\ \min \left(0.0026; \frac{0.041}{1 + 1.606M_\infty^2} \right) ; \text{(ii)} \end{cases}$
 - (i) : Si l'écoulement est attaché
 - (ii) : Si l'écoulement est séparé
- $q = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2,$
- $f_0 = C \frac{U_\infty}{\delta},$
- $\delta = 0.37 \frac{X_0}{R_e^{0.2}}.$

X_0 désigne la distance du bord d'attaque et les constantes A, B et C sont définies dans le tableau 2.1.

Tableau 2.1 Valeurs des constantes suivant le type d'écoulement [8]

Constantes	Écoulement attaché	Écoulement séparé
A	0.9	0.83
B	2	2.15
C	0.346	0.17

2.3 Comparaison des quelques modèles de la TBL

La figure 2.4 montre la variation des interspectres en nombres d'ondes normalisés par rapport à l'autospectre de pression pour quelques modèles classiques de la TBL en fonction du nombre sans dimension k_x / k_c .

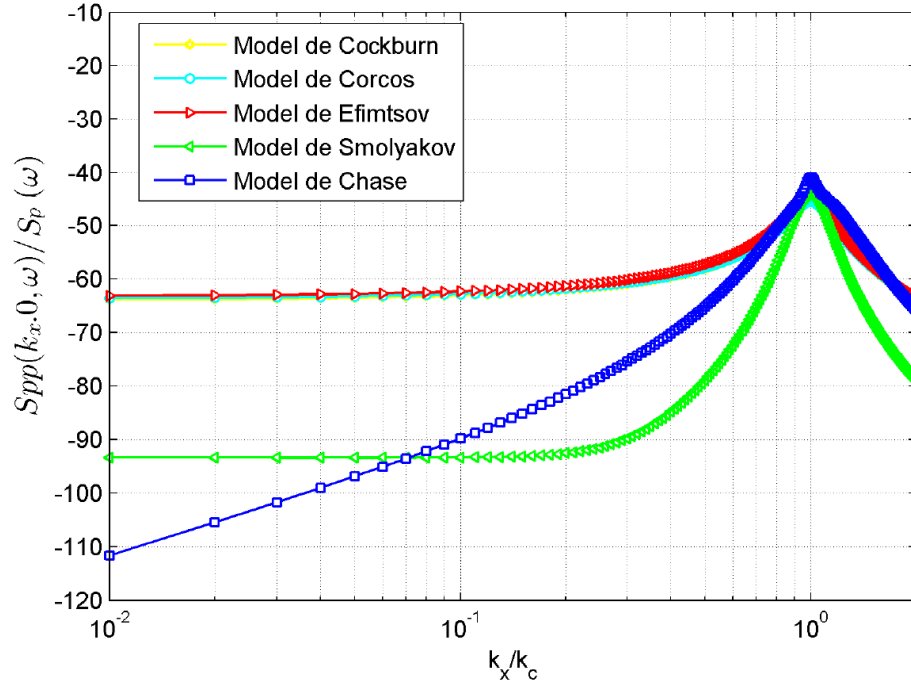


Figure 2.4 Modèles des interspectres de pression pariétale dans la direction longitudinale normalisés par le nombre d'onde convectif [13]

On constate que le maximum de la densité interspectrale est atteint pour $k_x = k_c = \omega / U_c$ pour tous les modèles. Les modèles de Cockburn [8], Efimtsov [7] et Corcos [3] coïncident bien en amplitude mais avec de légers décalages. Cependant, ces trois modèles surestiment la densité interspectrale de la pression pariétale au-dessous et au-dessus du pic de convection par rapport aux autres modèles (Chase [14] et Smolyakov [15]).

Le modèle de Smolyakov et Tkachenko [15] est constant pour les faibles nombres d'ondes mais il décroît rapidement au-delà du pic de convection. Dans le modèle de Chase [14] on observe une croissance lente dans la région subconvective et une coïncidence avec les modèles Cockburn [8], Efimtsov [7] et Corcos [3] dans la région visqueuse (au-delà du pic convectif).

La figure 2.5 montre une comparaison de quelques modèles d'autospectres de la TBL.

Contrairement aux modèles de l'interspectre de pression pariétale, il y a des différences importantes au niveau de l'autospectre de pression pariétale pour les différents modèles mais il est observé que pour tous les modèles, la variation d'amplitude est faible en fonction de la fréquence.

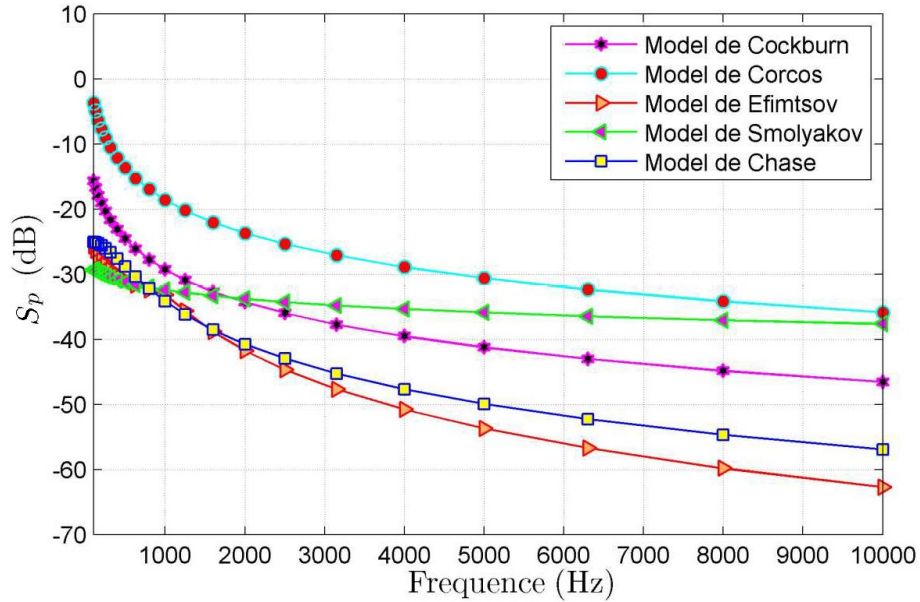


Figure 2.5 Comparaison de quelques modèles des autospectres de la CLT avec $U_c = 21$ m/s [13]

2.4 Validations expérimentales

2.4.1 Mesure en soufflerie

La validation expérimentale dans ce projet est basée sur des mesures vibratoires en soufflerie anéchoïque notamment, des mesures de vitesse quadratique d'un panneau en aluminium simplement appuyé sur ses bords et excité par CLT et puis des mesures acoustiques, précisément des mesures de puissance acoustique rayonnée au-dessous du panneau dans l'air. Mais avant d'étudier le comportement vibroacoustique de ce panneau excité par CLT, il est indispensable de maîtriser la source (l'écoulement turbulent dont on dispose dans la soufflerie). Donc, cette validation expérimentale se fait suite à des mesures de fluctuations de pression pariétale et des mesures de vitesse d'écoulement effectuées dans la même soufflerie afin de bien caractériser l'écoulement. Les grandeurs caractéristiques dont on a besoin après ces mesures de caractérisation sont les coefficients de décroissance spatiale et l'autospectre de pression pariétale.

La finalité des mesures en soufflerie est d'une part, de bien modéliser les sources afin d'affiner les codes de prédictions et par la suite valider les approches théoriques et numériques qui visent à étudier le comportement vibroacoustique de structures suite à ce type d'excitation (CLT) et d'autre part de chercher des solutions qui visent la réduction de leurs niveaux.

La mesure en soufflerie possède des avantages et des inconvénients.

Les principaux avantages que l'on peut tirer de mesures du bruit aérodynamique en soufflerie sont les suivants [16] :

- Coût relativement faible par rapport à des essais en vol,
- Reproductibilité des essais et contrôle précis des conditions d'essais,
- Conditions d'essais stables permettant une intégration des mesures sur un temps suffisamment long pour considérer que les signaux acoustiques sont stationnaires,
- Flexibilité : modification rapide des configurations d'essais (maquette et vitesse d'écoulement),
- Essai de solutions sommaires de réduction du bruit moins coûteuses qu'avec du matériel avionnable.

Cependant, la mesure en soufflerie présente des contraintes qui la rendent difficile à contrôler et complexifient sa réalisation et ses interprétations [16]:

- L'anéchoïcité de la soufflerie doit assurer la condition de mesure en champ libre,
- Le flux d'air devrait être uniforme spatialement et présenter un faible taux de turbulence,
- La conservation du nombre de Strouhal fait intervenir un facteur multiplicatif sur l'échelle des fréquences à mesurer dans la soufflerie, égal à l'inverse de l'échelle maquette. Ainsi une fréquence de 10 kHz à l'échelle "un" correspond à 100 kHz sur une maquette à l'échelle 1/10. Cette transposition rend les mesures difficiles compte tenu des fortes atténuations de l'air et de la mauvaise courbe de réponse des microphones pour ces fréquences élevées,
- Les ondes acoustiques subissent des effets de convection dans le flux d'air et de réfraction au passage à travers de la zone de mélange turbulente, qu'il est nécessaire de corriger pour des vitesses élevées.

La figure 2.6 présente un exemple d'une soufflerie :

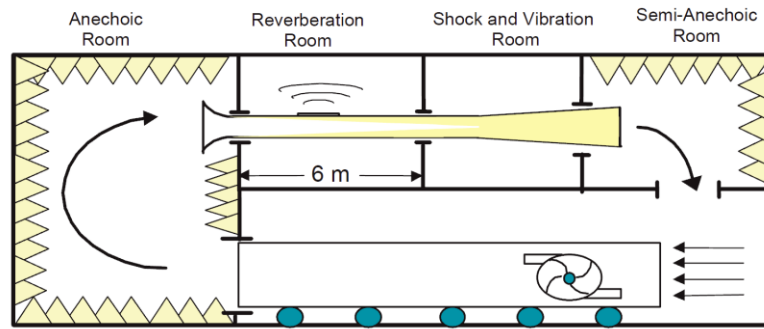


Figure 2.6 Exemple d'une soufflerie [14].

2.4.2 Techniques de mesures de vitesse d'un écoulement en soufflerie

Avant de mesurer les fluctuations de pression pariétale, il est nécessaire de caractériser l'écoulement et de tracer les profils de vitesses et pour mesurer ces vitesses, il existe diverses techniques.

a) Le tube de Pitot

On utilise cet outil simple (figure 2.7) pour les mesures de faibles et moyennes vitesses dans des régimes subsoniques. Le calcul de la vitesse est effectué par application du théorème de Bernoulli qui se traduit par l'équation :

$$\frac{v^2}{2} + g \cdot z + \frac{p}{\rho} = \text{Constante.} \quad (2.14)$$

Avec

- p : la pression en un point,
- z : l'altitude en un point,
- ρ : la masse volumique du fluide,
- v : la vitesse du fluide,
- g : l'accélération de la pesanteur.

On néglige alors le terme z pour avoir une relation directe entre la vitesse et la pression dynamique $p_t - p_s$ que l'on mesure avec un capteur de pression ou un simple manomètre. La vitesse de l'écoulement s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{2(p_t - p_s)}{\rho}}, \quad (2.15)$$

avec p_t la pression totale et p_s la pression statique.

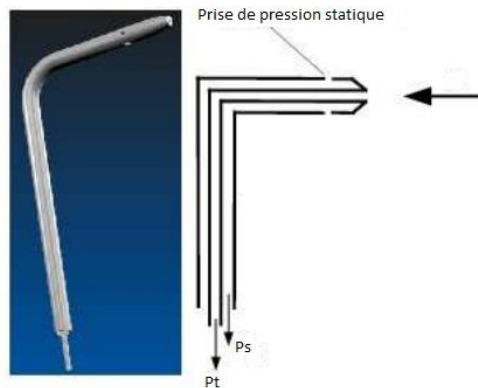


Figure 2.7 Tube de Pitot [17].

b) La sonde Cobra

C'est un outil de mesure similaire au tube de pitot comportant quatre prises de pression totale localisées sur un trièdre (figure 2.8). Les pressions sont mesurées avec des capteurs au niveau de la sonde et traitées électriquement par un programme qui convertie ces signaux de pression en vitesse.

La sonde contient 4 trous avec des normales différentes d'où on peut mesurer les trois composantes directionnelles de la vitesse. Cette sonde comporte par contre, l'inconvénient de sa taille (3 à 4 mm) qui limite la résolution spatiale des mesures et son étalonnage qui nécessite souvent un retour chez le constructeur.



Figure 2.8 Sonde Cobra [18].

c) L'anémomètre à fil chaud

C'est un outil de mesure de vitesse constitué d'un fil métallique de quelques micromètres de diamètre (figure 2.9). On chauffe ce fil en y faisant passer un courant électrique. La résistance électrique augmente avec la température. Le fil est refroidi par l'écoulement d'air. Plus le fil est refroidi, plus la résistance électrique diminue d'où une variation de la

tension qui sera détectée par un système d'acquisition permettant de convertir cette variation en vitesse d'écoulement [19][18].

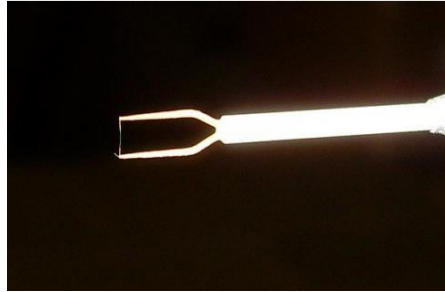


Figure 2.9 Anémomètre à fil chaud de type simple [20].

2.4.3 Mesure de fluctuations de pression pariétale

Dans ce projet, la partie expérimentale inclut la mesure de l'autospectre et l'interspectre (afin de déterminer les coefficients de décroissances spatiales) et de la pression pariétale avant les mesures vibratoires et acoustiques. Quant aux fonctions de cohérences spatiales, nous allons appliquer des fonctions des modèles présentés dans la section 2.2.1.

L'excitation d'une structure par une CLT produit des fluctuations de pression couvrant de larges gammes de fréquences et nombres d'ondes. Plusieurs méthodes ont été développées pour la mesure sur champ de pression aléatoires basées sur l'utilisation de transducteurs. Cependant, la résolution expérimentale de la structure de la turbulence, fluctuante en temps et en espace, est limitée par les dimensions finies des transducteurs affleurants utilisés. Il n'est pas possible de résoudre les fluctuations de longueurs d'ondes inférieures à la plus grande dimension du transducteur, elles sont alors moyennées à la surface du transducteur. Donc la mesure des fluctuations de pression pariétale fait donc face aux problématiques croisées de filtrage fréquentiel et de filtrage spatial [21]. Plusieurs techniques de mesures ont été développées et qui sont basées principalement sur l'utilisation de réseaux de capteurs.

On effectue donc des mesures d'autospectre de pression pariétale par application de réseaux de transducteurs de différentes conceptions [21]. La figure 2.10 montre un exemple de réseau de transducteurs utilisé par Arguillat [22] avec trois diamètres différents de transducteurs et 63 sondes arrangées et placées selon le diamètre de l'antenne.

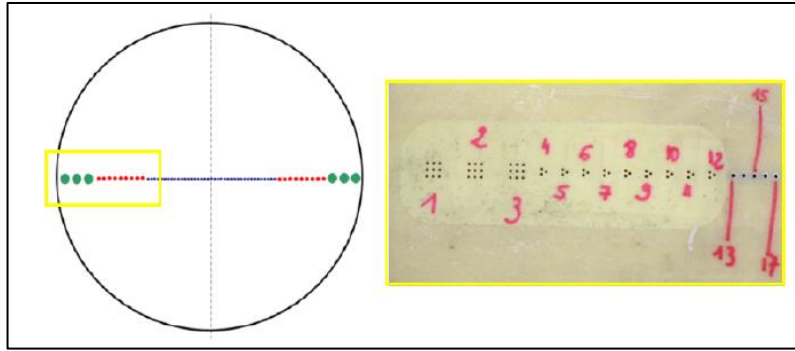


Figure 2.10 Réseau de transducteurs utilisé par Arguillat [22]

Un autre exemple de réseau de microphones (conçu et développé au GAUS) qu'on peut utiliser pour nos mesures est illustré dans les figures 2.11 et 2.12 [23]. Il se compose de 57 microphones (B&K 4957) avec un montage de type trou d'épingle en spirale, un microphone central de type B&K 4182 et trois autres microphones (Knowles FG-23629-P16) autour du micro central qui permettent de mieux gérer la haute densité au centre du réseau.

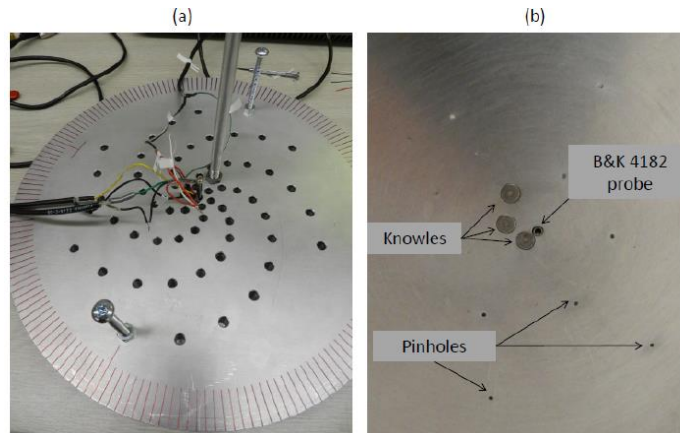


Figure 2.11 (a) Vue du réseau du côté de l'opérateur qui le fait tourner
(b) Vue rapproché du cotée de la mesure [23]

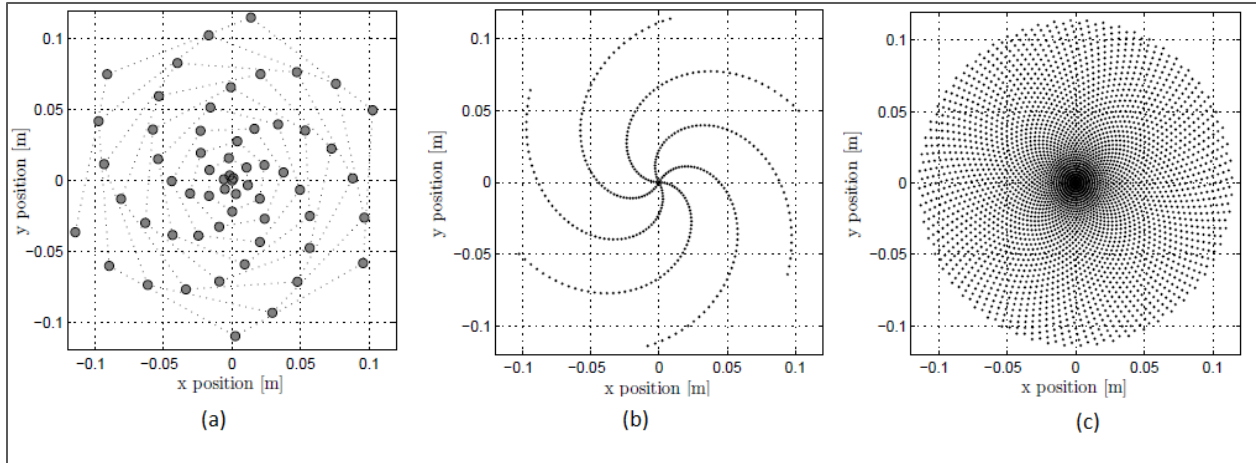


Figure 2.12 (a) Schéma du réseau [23]
 (b) Positions des micros obtenues après 6 rotations de 60 degrés
 (c) : Positions des micros obtenues après 60 rotations de 6 degrés

Chaque microphone monté sur un trou d'épingle représente une zone de mesure avec un diamètre de 0,5 mm, le microphone central et les microphones Knowles ont un diamètre de mesure de 0,7 mm sur leur côté. Après un nombre de rotations du réseau (selon l'angle et la précision désirés), tous les capteurs de pression sont placés sur des cercles concentriques espacés de 2 mm (entre le centre de deux capteurs adjacents). Enfin, la figure 2.13 donne les séparations possibles entre deux capteurs.

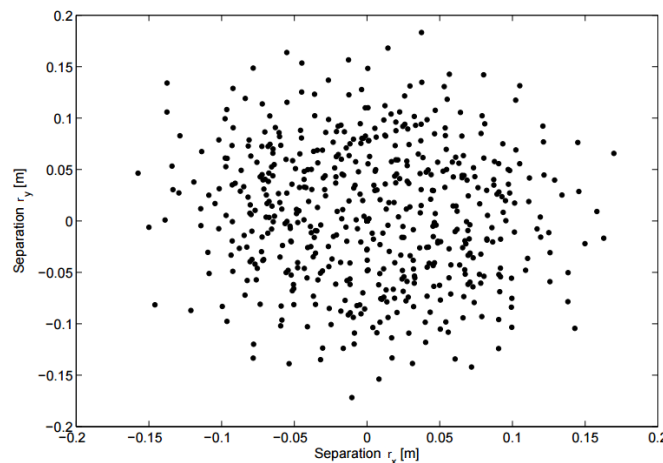


Figure 2.13 Les séparations possibles avec le réseau spiral de capteurs [23]

La figure 2.14 montre une autre configuration inspirée de ce dernier réseau et qui a été utilisée à l'université de Carleton dans le cadre d'une étude expérimentale des fluctuations de pression pariétale sous une CLT de faible nombre de Reynolds.

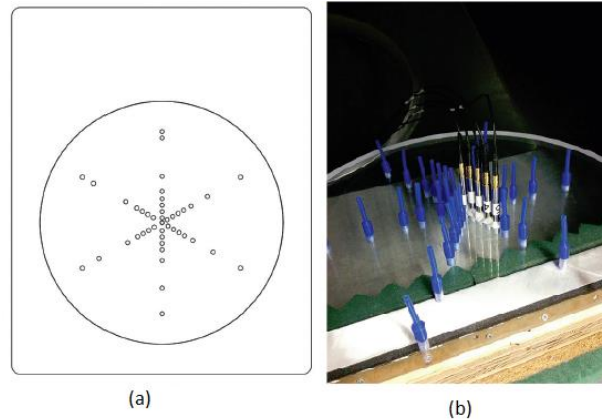


Figure 2.14 (a) Schéma de l'ensemble rotatif du réseau — (b) Photo de la technique de montage des micros [24]

2.5 Mesure de vitesse vibratoire et de puissance acoustique rayonnée d'un panneau sous CLT

Les mesures vibroacoustiques des structures excitées par CLT peuvent être soit des mesures dans un tunnel aérodynamique soit des mesures in-situ, ce qui veut dire des mesures en condition de vol. Les mesures en vol présentent deux principaux problèmes. En effet, à cause de nombreux parasites et la présence de plusieurs sources de bruit dans un aéronef (système de conditionnement d'air, bruit de moteur ou turboréacteurs etc..), on ne peut pas étudier, cibler ou isoler le bruit induit par la CLT seule. Le second problème concerne les coûts importants de tels essais. On peut citer dans ce contexte les travaux de Bhat [25], [26] et Wilby [27], [28] qui s'intéressent aux vibrations de fuselage d'un Boeing 737 et au bruit qui rayonne dans sa cabine. La région de mesure était située sur le côté gauche du fuselage comme indiqué sur la figure 2.15.

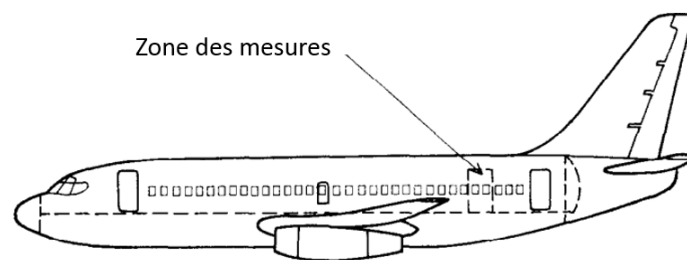


Figure 2.15 Zone de mesures dans l'essai en vol d'un Boeing 737 [27]

Les vibrations ont été mesurées à l'aide d'accéléromètres collés sur la structure. Les signaux de vibrations ont été enregistrés sur une bande magnétique et post-traités par ordinateur. Le champ de pression externe a été mesuré à l'aide de microphones BK (Brüel and Kjaer) de diamètre 6.4 mm modèle 4136 montés de manière affleurante avec la

fenêtre en aluminium. La pression acoustique rayonnée a été mesurée à l'aide d'un réseau de microphones dans la zone de test. Les détails techniques ainsi et les détails de filtrage se trouvent dans [28].

On peut également citer l'exemple de Joana Rocha et Daniel Palumbo [29] où les tests ont été effectués sur un jet Gulfstream G550 doté de fenêtres qui offrent une bonne plate-forme pour une longue série de capteurs dans l'orientation longitudinale (streamwise en anglais). Le réseau de capteurs se trouve dans la première fenêtre de l'appareil. Ce réseau contient 43 capteurs qui couvrent la direction longitudinale et 15 capteurs qui couvrent la direction transversale. Les détails techniques et les détails d'analyse sont reportés dans [30], [31].

La deuxième solution, plus utilisée dans l'industrie de transport et dans la recherche scientifique académique est de mettre en place une structure à tester dans un écoulement généré dans un tunnel aérodynamique (section 2.4.1). Dans ce contexte on peut citer l'exemple de Purohit, Darpe et Singh [32] où les expériences sont effectuées sur un modèle d'essai d'une plaque en porte-à-faux fixée à une plaque d'obstacle plane qui provoque une séparation de la couche de cisaillement (orthogonale à celle en porte-à-faux) comme le montre la figure 2.16. Les tests ont été réalisés dans une soufflerie à 30 m/s de vitesse d'écoulement libre.

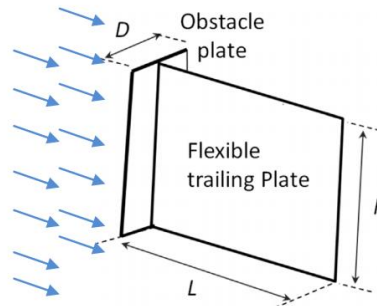


Figure 2.16 Schéma du modèle de test [32]

Pour les mesures vibratoires, un vibromètre laser dont le faisceau est focalisé en un point situé à 25 mm en amont de l'extrémité libre de la plaque est utilisé.

Pour les mesures acoustiques, un microphone Brüel & Kjær ¼ de pouce monté sur la paroi latérale de la section de test est utilisé comme montré dans la figure 2.17. Le taux d'échantillonnage utilisé est de 2048 données par seconde. En outre, une caméra de haute résolution est montée pour capturer le mouvement des vibrations de la plaque. Un tube de Pitot est monté aussi pour mesurer la vitesse d'écoulement.

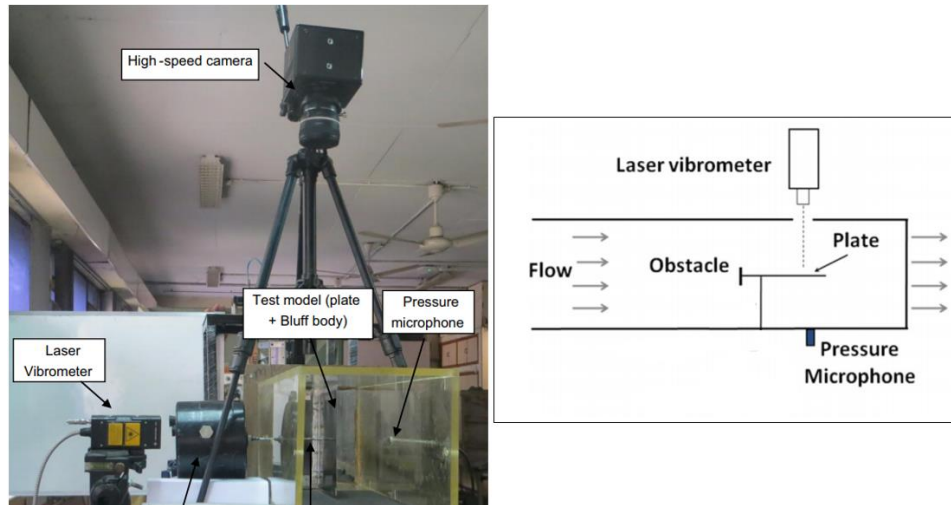


Figure 2.17 Photo et schéma du modèle de test [32]

Un autre exemple à citer dans le même contexte est celui d'Osterziel, Zenger et Becker [33] où les tests sont réalisés dans une soufflerie anéchoïque dans le but de caractériser l'écoulement par mesure des fluctuations de pressions pariétale et pour ce faire, un réseau de 64 capteurs est mis en place. Et dans le but d'étudier la réponse vibratoire d'une plaque couplée à une cavité (schéma dans la figure 2.18) et excitée par un écoulement turbulent, la cavité a été conçue avec des microphones encastrés sur ses parois pour mesurer la pression acoustique dans son intérieur. Pour les mesures vibratoires, un vibromètre laser est mis en place correspondant à un réseau de 256 points de mesure sur la plaque tel que montré dans la figure 2.19 avec un autre vibromètre focalisé sur un seul point de référence.

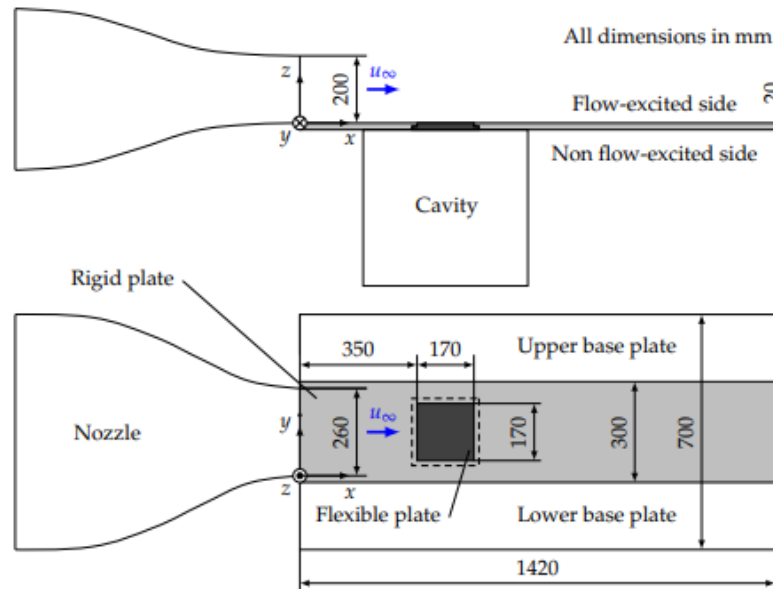


Figure 2.18 Schéma du montage expérimental [33]

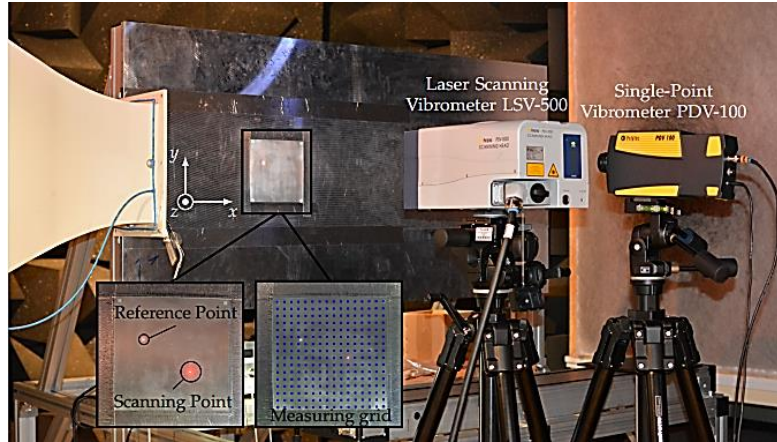


Figure 2.19 Montage de mesures vibratoires [33]

2.6 Approches et méthodes de prédiction vibroacoustique

Au cours de notre étude, on utilise des méthodes de prédiction vibroacoustique sous forme de codes de calculs qu'on classe suivant les approches (méthodes de discrétisation, méthodes empiriques, analytiques...) et selon le domaine de validité (basses, moyennes et hautes fréquences).

Ces méthodes sont principalement la méthode des éléments finis (FEM) avec les codes VA One et NOVAFEM, la méthode de matrice de transfert (en anglais '*Transfert Matrix Method*' ou TMM) avec le code NOVA et la méthode '*Statistic Energy Analysis*' (SEA) avec le code VA One et NOVA Energy.

2.6.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles qui utilisent la forme variationnelle des équations locales d'un problème donné [34].

Cette dernière est discrétisée sur le domaine d'étude en éléments pour lesquelles on définit des fonctions d'interpolation appelées fonctions de forme, permettant de faire le lien entre tous les nœuds d'un maillage. En procédant ainsi, on passe de la résolution d'un système d'équations aux dérivées partielles à celle d'un système linéaire de type [34] :

$$[\hat{Z}_s]\{\hat{u}\} = \{\hat{F}\}, \quad (2.16)$$

où $\{\hat{u}\}$ est le vecteur des inconnues nodales (déplacement), $\{\hat{F}\}$ est le vecteur des efforts extérieurs et \hat{Z}_s est la matrice d'impédance qui s'écrit dans l'équation (2.17),

$$[\hat{Z}_s] = -\omega^2 [M] + j\omega [C_a] + [K]. \quad (2.17)$$

Dans l'équation (2.17), K est la matrice de raideur, C est la matrice d'amortissement et M est la matrice de masse. Le système matriciel donné par l'équation (2.16) peut être résolu d'une manière directe, c'est-à-dire en inversant la matrice d'impédance \hat{Z}_s . Cependant, pour des systèmes pouvant atteindre un nombre élevé de degrés de liberté, la résolution directe du problème peut être prohibitive en termes de temps de calcul malgré la puissance des calculateurs. Afin de pallier à ce problème, on cherche à résoudre le système dynamique sur un ensemble réduit de degrés de liberté, qu'on appelle coordonnées généralisées. Ces coordonnées sont obtenus en décomposant les matrices et les vecteurs sur un ensemble de vecteurs de Ritz $[\phi]$, qui définissent une base de réduction. Le système linéaire réduit s'écrit alors :

$$\{-\omega^2 [M_n] + j\omega [C_n] + [K_n]\} \{u_n\} = \{F_n\}, \quad (2.18)$$

où $K_n = \phi^T K \phi$ est la matrice de raideur généralisée, $M_n = \phi^T M \phi$ est la matrice de masse généralisée, $C_n = \phi^T C \phi$ est la matrice de raideur généralisée et $F_n = \phi^T F$ est le vecteur d'efforts généralisé. Ici, l'exposant T désigne la transposée de la matrice à laquelle il est associée.

Différentes méthodes adaptées à la résolution des systèmes dynamiques sont développées pour construire les bases de Ritz. Ces méthodes sont connues sous le nom de synthèse modale ou condensation statique.

Cette approche (FEM) est détaillée pour notre cas dans le paragraphe 3.3.

2.6.2 Méthode d'analyse statistique d'énergie

La méthode d'analyse statistique d'énergie est utilisée par les industriels et les chercheurs pour étudier le comportement vibroacoustique en hautes et moyennes fréquences de systèmes complexes, là où les éléments finis ne sont plus applicables. À l'origine, cette méthode d'analyse était destinée à donner des indications qualitatives que l'acousticien pouvait analyser et interpréter. De façon plus simple, la SEA est un moyen d'étude des systèmes linéaires vibrants qui permet l'analyse des énergies des systèmes acoustiques et mécaniques, et des échanges d'énergies entre des systèmes couplés. Son principe est basé sur la modélisation de l'interaction entre deux oscillateurs liés par un couplage

linéaire (masse-ressort-amortisseur). Ainsi, dans ce cas, l'équation de base de la SEA établit une relation de proportionnalité entre la puissance échangée entre les deux oscillateurs et leur différence des énergies internes. Ce cas de deux oscillateurs est ensuite étendu à un cas d'un système multimodal, où la proportionnalité s'applique aux énergies modales. Les échanges d'énergies entre les systèmes sont ainsi obtenus lorsque les puissances injectées dans les systèmes sont connues et les couplages sont caractérisés [35][36]. On peut citer l'ouvrage de Lyon et Dejong [37] dans lequel toute la théorie de la SEA est expliquée.

La relation de base de la SEA est mise en équation sous forme matricielle [38]:

$$\begin{pmatrix} \Pi_1 \\ \Pi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Pi_k \end{pmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 + \sum_{s \neq 1} \eta_{s1} & -\eta_{21} & \cdots & \cdots & -\eta_{k1} \\ & \eta_{12} & & & \vdots \\ & \vdots & \ddots & & \vdots \\ & \vdots & & \ddots & \vdots \\ \eta_{1k} & \cdots & \cdots & \cdots & \eta_k + \sum_{s \neq k} \eta_{sk} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ E_k \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Dans l'équation (2.19) E_i est l'énergie interne du sous-système i , Π_i est la puissance injectée dans le sous-système i , η_{ij} est le facteur de perte par couplage entre les sous-systèmes i et j et η_i est le facteur de perte interne du sous-système i .

2.6.3 Méthode des éléments de frontière

La méthode des éléments de frontière (en Anglais '*Boundary Element Method*' ou BEM) est une méthode de résolution numérique des équations aux dérivées partielles qui se base sur la théorie des équations intégrales [39]. Cette méthode est complémentaire à la méthode des éléments finis lorsqu'on s'intéresse aux phénomènes de propagation en espace fini, notamment, ou les problèmes de rayonnement acoustique de structures. Effectivement, pour ce type de problème, la méthode BEM a l'avantage de ne requérir que le maillage d'enveloppe de la structure considérée permettant de réduire le nombre de degrés de liberté du modèle. Mais, la formulation BEM génère des matrices pleines et généralement non-symétriques ce qui mène à un temps de calcul important. Malgré ses avantages, la méthode BEM n'est pas bien adaptée à la résolution de problèmes d'acoustique en espace clos puisque le calcul de la fonction de Green du problème associé présente des difficultés. Dans ce cas, la méthode FEM est privilégiée et pour le cas d'études de rayonnement acoustique de structures complexes, il existe des méthodes de couplage FEM-BEM qu'on peut utiliser [40][41] et bénéficier des avantages des deux méthodes.

Dans ce projet, on n'explique pas la méthode BEM mais on l'exploite directement avec le code de prédiction vibroacoustique VAOne. Le chapitre 6 présente un cas concret d'utilisation de la méthode couplée FEM-BEM pour étudier le comportement vibroacoustique d'un panneau raidi, excité par une CLT.

2.7 Les codes commerciaux utilisés pour les validations

2.7.1 VAOne [42]

VA One est un logiciel interactif d'analyse et de conception de systèmes vibroacoustiques. Il fournit un environnement général pour la modélisation de systèmes vibroacoustiques sur toute la gamme de fréquence désirée, dans un seul outil. Le logiciel est conçu est basé sur la méthode des éléments finis (FEM) et sur la méthode d'analyse statistique d'énergie (SEA).

Le module SEA de VA One sert pour l'analyse et la conception vibroacoustiques à moyenne et haute fréquence. Le module FE structurel de VA One, permettant de réaliser des analyses en basses fréquences, contient un solveur NASTRAN intégré entièrement fonctionnel et des interfaces avec des solveurs externes afin d'optimiser l'utilisation des processus d'analyse existants. Le module hybride de VA One implémente des méthodes de pointe pour coupler de manière rigoureuse les sous-systèmes FE et SEA en une seule analyse. Les méthodes peuvent être utilisées pour fournir des prévisions de réponse en fréquence complètes qui ne peuvent pas être obtenues en utilisant une résolution FE ou SEA de manière isolée. Le module BEM de VA One contient les fonctionnalités nécessaires pour modéliser la réponse basse fréquence de fluides liés et non liés à l'aide du résolveur d'élément de frontière de 'Rayon'.

L'interface utilisateur graphique et la base de données orientée objet de VA One simplifient la gestion des modèles et contiennent de nombreux outils de diagnostic permettant de comprendre la réponse d'un système vibroacoustique.

2.7.2 NOVA [43]

NOVA est un outil de prédiction acoustique polyvalent basé sur la méthode de la matrice de transfert (ou en anglais TMM pour dire Transfert Matrix Method). Cette méthode repose essentiellement sur la représentation de la propagation des ondes planes dans différents supports en termes de matrices de transfert. Cette approche permet facilement la création de plusieurs couches à partir d'une combinaison de couches élastiques, poreuses-élastiques et fluides. Dans une couche donnée, la propagation d'une onde acoustique est représentée par une matrice de transfert $[T]$ telle que

$\{V(M_1)\} = [T]\{V(M_2)\}$, où M_1 et M_2 sont deux points situés à proximité des faces avant et arrière de la couche, respectivement, et où les composantes du vecteur $\{V(M)\}$ sont les variables décrivant le champ acoustique en un point M du milieu en termes de pression et de vitesse. En utilisant des équations de continuité à différentes interfaces et les équations d'impédance dans les domaines source et récepteur (supposées semi-infinies), un système global d'équations est formé et résolu pour les coefficients de réflexion et de transmission.

Une amélioration de la méthode classique de la matrice de transfert, appelée FTMM (méthode de la matrice de transfert finie) est implémentée dans NOVA afin de prendre en compte les effets de taille finie sur la prédiction des indicateurs acoustiques en champ diffus. Comparée à la méthode de base de la matrice de transfert, la méthode de la matrice de transfert fini améliore considérablement les prédictions dans le domaine des basses fréquences.

Pour l'excitation par couche limite turbulente, la distribution spatiale de la source régit la force acoustique totale agissant sur la structure et les vibrations qui en résultent. L'exigence d'analyse et de prévision du bruit induit par la couche limite consiste en une description de la répartition de la pression à la surface, qui est ensuite liée à un modèle acoustique / structural qui détermine les niveaux sonores transmis à travers la structure. Les modèles existants pour la densité interspectrale des fluctuations de pression sous une couche limite turbulente sont basés sur les résultats de la couche limite d'une plaque avec des modèles source linéarisés. Trois modèles de CLT sont actuellement implémentés: Corcos, Efimtsov et Cockburn-Robertson.

Trois options ou méthodes de calcul peuvent être sélectionnées pour résoudre les indicateurs de vibration et acoustiques: l'approche 'wave', l'approche 'Energy' et l'approche modale. L'approche 'wave' est basée sur le traitement de la CLT dans le domaine du nombre d'ondes. Dans l'approche énergétique, une approche basée sur la SEA ('Statistical Energy Analysis') est mise en œuvre. Dans l'approche modale, une approche de Rayleigh Ritz (en supposant une plaque simplement supportée) est utilisée.

2.7.3 NOVAFEM [44]

NovaFEM est un outil de prédiction de vibroacoustique polyvalent. Il est basé sur une méthode d'éléments finis 3D. C'est le complément de prédiction basse fréquence du module Nova. NOVAFEM est caractérisé principalement par son utilisation d'une nouvelle formulation de pression et de déplacement mixte pour matériaux absorbants permettant des prévisions précises en une fraction du temps nécessaire à l'aide de la formulation classique de déplacement-déplacement, la combinaison de différents éléments, notamment des fluides, solides, plaques, coques, etc., poreux-élastiques, équivalents ou

classiques, ses éléments linéaires (tri3, quad4, pent6, hexa8) et quadratiques (quad8, brick20) et la possibilité d'utiliser des approches approximatives telles qu'une approche à impédance complexe ou une approche fluide équivalente.

Il est caractérisé également par ses algorithmes d'interpolation de fréquence et d'approximations permettant des prédictions rapides et précises, le calcul de plusieurs indicateurs de conception vibroacoustiques tels que la distribution de pression, l'impédance de surface, le coefficient d'absorption, la vitesse quadratique, la puissance acoustique rayonnée, l'affaiblissement de transmission, etc. Il offre le calcul d'indicateurs vibro-acoustiques locaux (= par éléments).

Chapitre 3

Modélisations et validations croisés pour la réponse vibroacoustique de panneaux simplement appuyés et excités par CLT

3.1 Méthode analytique modale

3.1.1 Mise en équations pour la méthode analytique

On considère une plaque mince avec une épaisseur h constante et faible devant la largeur b et la longueur a . Un écoulement turbulent de vitesse U_∞ se développe sur cette plaque. Elle se situe dans le plan (x, y) et l'inconnue du problème est le déplacement transverse de la plaque $w(x, y, t)$. La figure 3.1 représente le problème étudié.

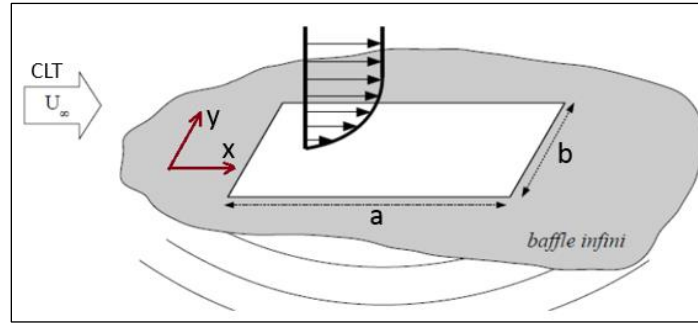


Figure 3.1 Plaque excitée par une CLT [21].

On se place dans le cas des plaques minces (théorie de Khirchhoff-Love [45]) donc on néglige le cisaillement transversal et la variation de l'épaisseur durant le mouvement.

L'équation qui gouverne la réponse vibroacoustique de la plaque (plaque en flexion pure) s'écrit :

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + M \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = P(x, y, t), \quad (3.1)$$

avec ∇ est l'opérateur de dérivation Nabla tel que

$$\nabla^4 w(x, y, t) = \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{2\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) w(x, y, t).$$

Dans l'équation (3.1), D désigne la rigidité en flexion, définit par :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (3.2)$$

et E est le Module d'Young, ν le coefficient de poisson, $M = \rho h$ est la masse surfacique de la plaque et $P(x, y, t)$ est la pression pariétale.

La plaque est simplement appuyée sur ses bords. Les conditions aux limites considérées imposent des moments de flexion et des déplacements normaux nuls sur les bords. M_x et M_y sont les moments de flexion suivant x et y , les conditions aux limites se traduisent par les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} w(x, y, t) = 0, \\ M_x = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0, \\ M_y = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0. \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in \{0, a\} \text{ et } y \in [0, b] \\ y \in \{0, b\} \text{ et } x \in [0, a] \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Le but est de trouver une solution analytique qui satisfait l'équation du mouvement. On décompose la solution sur la base des modes propres de la structure.

La séparation des variables temporelles et spatiales nous permet d'écrire le déplacement sous la forme

$$w(x, y, t) = \hat{w}(x, y) e^{j\omega t}. \quad (3.4)$$

La décomposition sur la base modale permet d'écrire

$$\hat{w}(x, y) = \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} a_{mn}(\omega) \cdot \varphi_{mn}(x, y). \quad (3.5)$$

Les a_{mn} et les φ_{mn} sont respectivement les valeurs propres et les fonctions propres ou déformées modales des modes (m, n) , solutions de l'équation du mouvement sans second membre (équation homogène). Dans le calcul qui suit (section 3.1.2) on prend un nombre maximal de (50,50) pour les indices m et n .

Pour une plaque simplement supportée, la fonction propre du mode (m,n) s'écrit :

$$\varphi_{mn} = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right). \quad (3.6)$$

On peut écrire l'équation du mouvement homogène pour le mode (m,n)

$$D\nabla^4 \varphi_{mn}(x,y) = \omega_{mn}^2 M \varphi_{mn}(x,y). \quad (3.7)$$

L'équation (3.7) nous permet de trouver les pulsations propres ω_{mn} et le nombre d'onde modal k_{mn}

$$\begin{cases} \omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{M}} \cdot k_{mn}^2, \\ k_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Les déformées modales φ_{mn} dépendent de la géométrie de la structure et des conditions aux limites, alors que les coefficients modaux a_{mn} dépendent de l'excitation. Contrairement au cas d'une excitation par force ponctuelle, pour notre cas (excitation par CLT c'est-à-dire une densité ou un champ de pression aléatoire), nous n'avons pas accès aux a_{mn} donc on procède par la méthode des fonctions de Green.

La réponse en vitesse vibratoire de la plaque est donnée par

$$v(x,y) = \frac{\delta w(x,y)}{\delta t} = \int_S G_s(x,y,x',y') P(x,y) dS. \quad (3.9)$$

avec

$$G_s(x,y,x',y') = \sum_{m,n} i\omega \frac{\varphi_{mn}(x,y) \varphi_{mn}(x',y')}{M_{mn} Z_{mn}}. \quad (3.10)$$

Z_{mn} est l'impédance modale qui s'écrit

$$Z_{mn} = \omega_{mn}^2 - \omega^2 + i\eta\omega\omega_{mn}, \quad (3.11)$$

et M_{mn} la norme modale définit pour une plaque simplement supportée par

$$M_{mn} = \frac{M}{4}. \quad (3.12)$$

La puissance vibratoire injectée par une source de pression pariétale d'amplitude P est donnée par :

$$\begin{aligned} \Pi_{inj} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\int_S P(x, y) v^*(x, y) dS \right) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\iint_S P(x, y) G_s^*(x, y, x', y') P^*(x', y') dS dS' \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Le signe $'^*$ ' dénote le complexe conjugué du terme associé.

La densité interspectrale de pression pariétale s'écrit :

$$S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) \psi(r_x, r_y), \quad (3.14)$$

où S_p représente l'autospectre de pression pariétale et ψ la fonction de cohérence spatiale. Donc la puissance injectée devient

$$\begin{aligned} \Pi_{inj} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\int_S P(x, y) v^*(x, y) dS \right) \\ &= \frac{1}{2} S_p(\omega) \operatorname{Re} \left(\sum_{m,n} \iint_S \psi(x, y, x', y') \left(i\omega \frac{\varphi_{mn}(x, y) \varphi_{mn}^*(x', y')}{M_{mn} Z_{mn}} \right) dS dS' \right) \\ &= \frac{A^2}{8} S_p(\omega) \sum_{m,n} \eta M \omega \frac{\omega_{mn}^2 J_{mn}^2}{|Z_{mn}|^2 M_{mn}^2}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Le terme de "Joint-acceptance" J_{mn}^2 est explicité dans l'annexe A.

La fonction de "Joint-Acceptance" exprime la corrélation spatiale entre la distribution de pression pariétale et les modes de structure. Elle est fonction des caractéristiques spatiales des modes propres et du champ d'excitation.

La vitesse quadratique, quant à elle s'écrit :

$$\langle V^2 \rangle = \frac{A^2}{8} S_p(\omega) \sum_{m,n} \omega^2 \frac{J_{mn}^2}{|Z_{mn}|^2 M_{mn}^2}, \quad (3.16)$$

où A est la surface de la plaque.

La puissance acoustique rayonnée s'écrit

$$P_{ray} = \frac{A^2 S_p(\omega) \omega^2}{2} \sum_{m,n} \frac{R_{mmnn} J_{mn}^2}{M_{mn}^2 |Z_{mn}|^2}, \quad (3.17)$$

où $R_{mmnn} = \rho_0 c_0 \sigma_{mmnn}$.

Les termes σ_{mmnn} sont les efficacités de rayonnement modales calculées suivant l'approche de Leppington [46].

3.1.2 Application de la méthode analytique

On prend le cas d'une plaque en aluminium dont les propriétés géométriques et mécaniques sont présentées dans le tableau 3.

Tableau 3.1 Propriétés géométriques et mécaniques de la plaque

Paramètre (symbole), Unité	Valeur
Module d'Young (E), GPa	70
Coefficient de Poisson (ν), sans unité	0.3
Longueur (a), mm	700
Largeur (b), mm	500
Épaisseur (h), mm	2
Masse volumique (ρ), kg/m ³	2700
Amortissement structural (η), sans unité	0.01

Le modèle d'excitation TBL est celui de Cockburn-Robertson avec $c_x = 0.1$, $c_y = 0.72$ et on considère deux vitesses convectives $U_{c1} = 0.7 \times 220$ m/s et $U_{c2} = 0.7 \times 51.3$ m/s tout en imposant un autospectre de pression pariétale $S_p(\omega)$ unitaire (soit 1 Pa²).

U_{c1} est considérée comme un écoulement faiblement subsonique avec un nombre de Mach $M_\infty \approx 0.15$.

U_{c2} est considérée comme un écoulement fortement subsonique avec un nombre de Mach $M_\infty \approx 0.64$.

Les indicateurs vibroacoustiques considérés sont la puissance injectée, la vitesse quadratique moyenne et la puissance acoustique rayonnée.

On implémente les équations explicités dans la section précédente (3.1.1) dans un script Matlab et on compare avec un calcul NOVA suivant son approche modale.

En bas régime de vitesse d'écoulement on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.2-3.4 en termes de puissance injectée, de vitesse quadratique moyenne et de puissance acoustique rayonnée, respectivement.

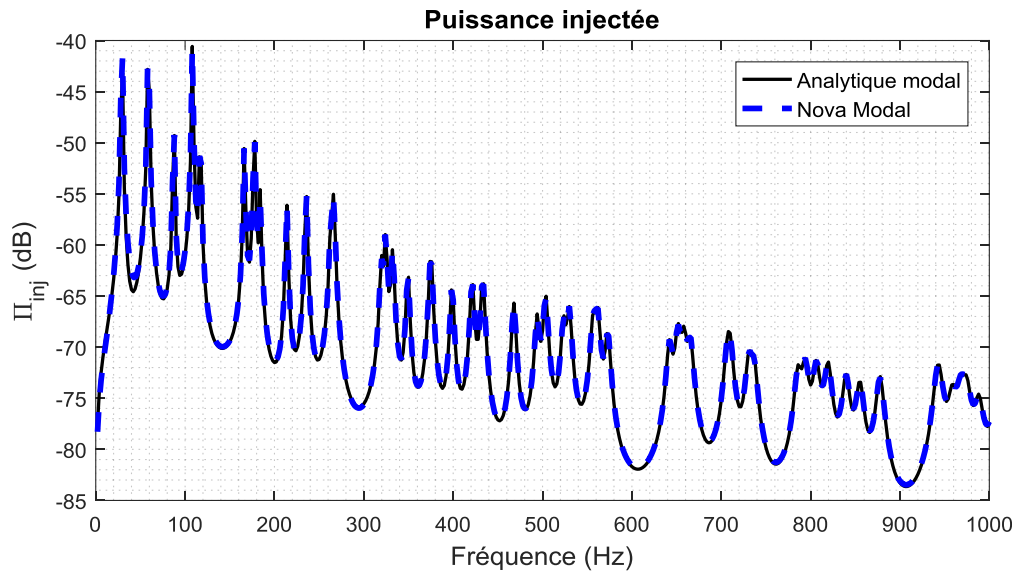


Figure 3.2 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : Nova Modal

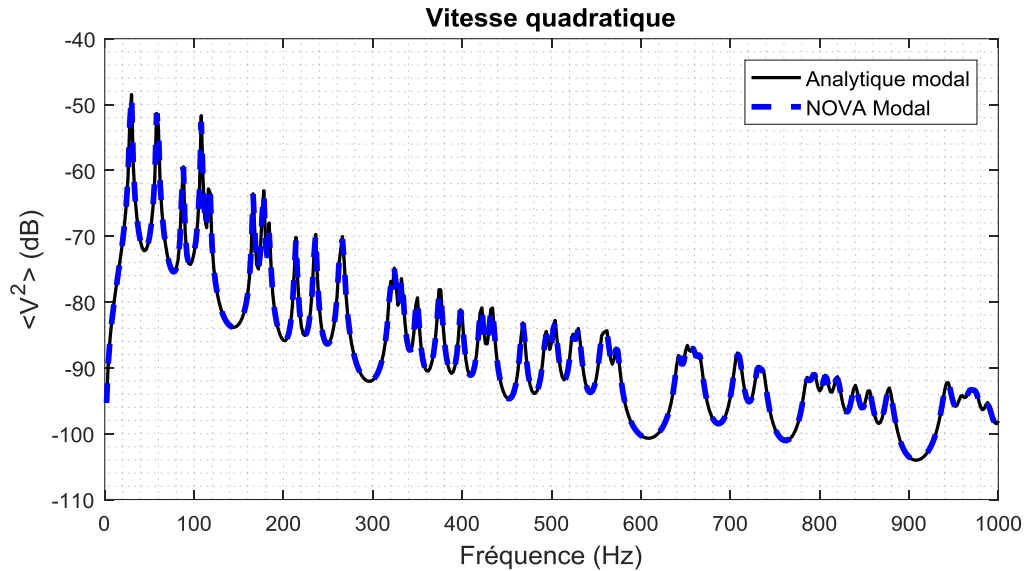


Figure 3.3 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : Nova Modal

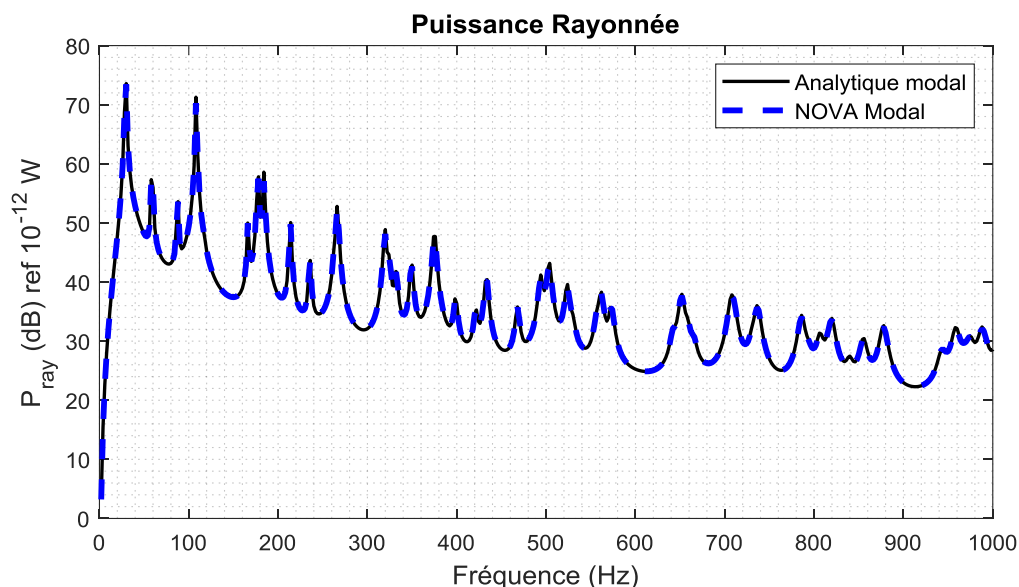


Figure 3.4 Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : Nova Modal

En haut régime de vitesse on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.5-3.7 en termes de puissance injectée, de vitesse quadratique moyenne et de puissance acoustique rayonnée, respectivement.

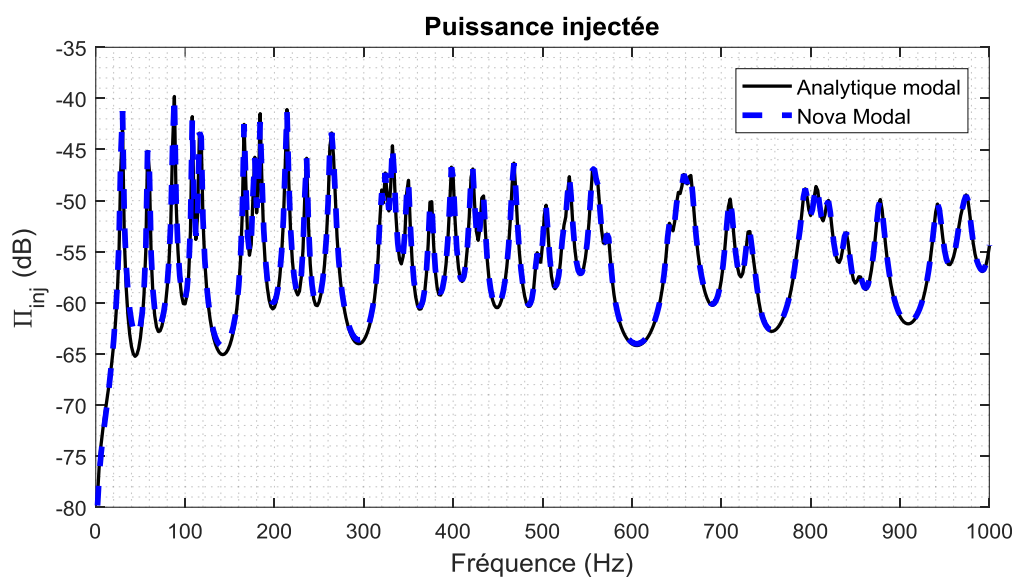


Figure 3.5 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : Nova Modal

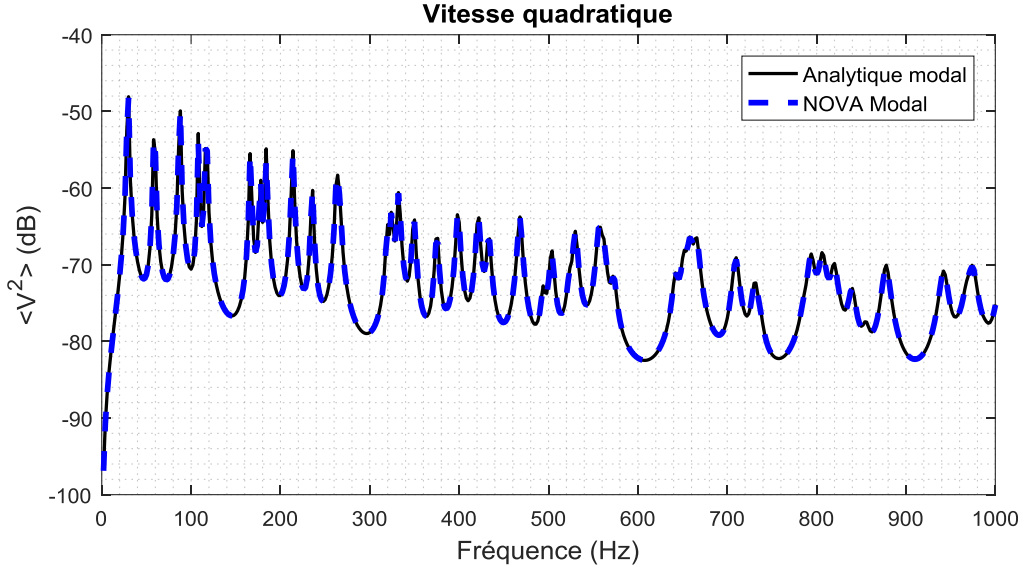


Figure 3.6 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal, - - : Nova Modal

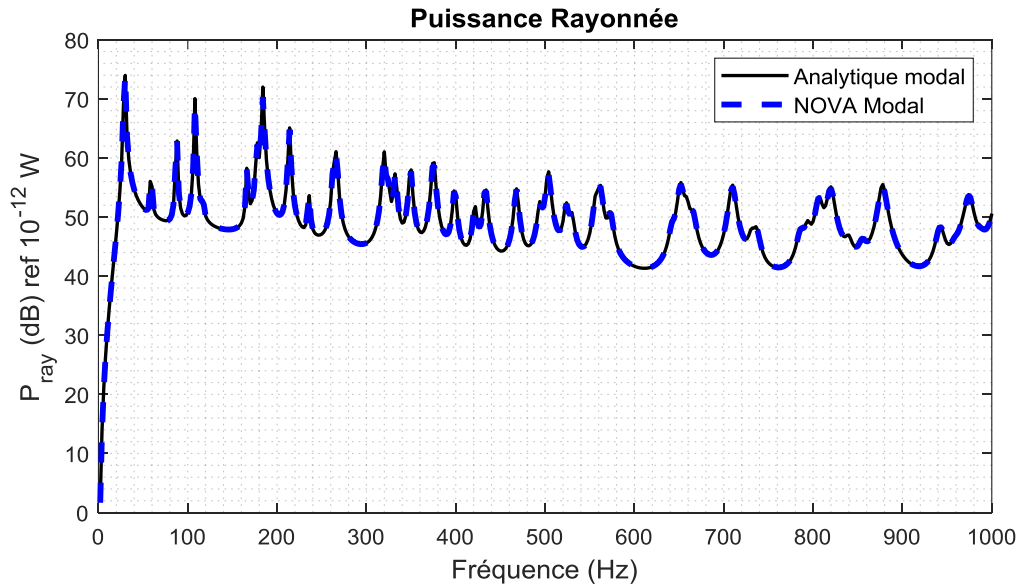


Figure 3.7 Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W) — : Analytique modal, - - : Nova Modal

Les figures 3.2 à 3.7 montrent une parfaite cohérence entre ce qui est implémenté analytiquement et le résultat donné par NOVA pour les deux cas de vitesses d'écoulement, ce qui nous rassure sur l'exactitude du calcul de la joint-acceptance. Ces résultats pour les deux régimes de vitesses différents coïncident bien et leur exactitude et concordance sont essentielles car par la suite on les considère comme référence pour

la validation des approches qui suivent notamment l'approche FEM et SEA ainsi que pour les validations expérimentales en soufflerie.

3.2 Approche par SEA

3.2.1 Mise en équation de la méthode SEA

La figure (3.8) traduit une modélisation du système énergétique dont on dispose. La méthode SEA est basée sur des bilans énergétiques et pour chaque sous-système on écrit qu'en régime permanent, la puissance reçue est égale à la puissance dissipée. Les $\Pi_{in,i}$ sont les puissances injectées dans les sous-systèmes i et les E_i sont les énergies dissipées qui y correspondent.

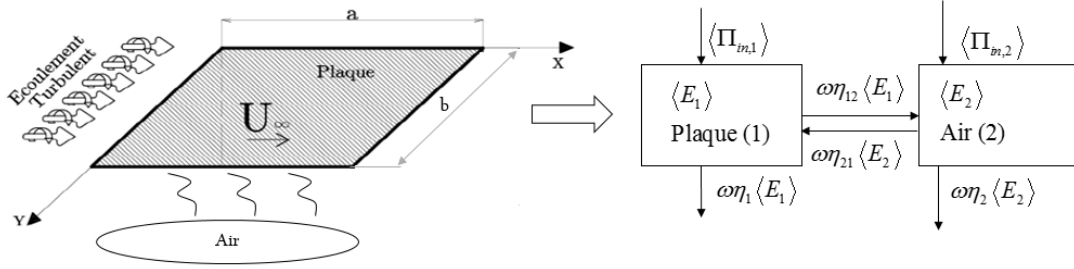


Figure 3.8 Modèle du système énergétique de la plaque excitée par TBL

Le bilan des puissances implique

$$\begin{cases} \Pi_{in,1} = \omega(\eta_1 + \eta_{12}) E_1 - \omega \eta_{21} E_2 , \\ \Pi_{in,2} = \omega(\eta_2 + \eta_{21}) E_2 - \omega \eta_{12} E_1 . \end{cases} \quad (3.18)$$

Sachant que $\Pi_{in,2} = 0$; $E_2 = 0$; $\eta_{12} = 0$, l'équation (3.18) devient :

$$\Pi_{in,1} = \omega \eta_1 E_1 . \quad (3.19)$$

La puissance injectée vaut d'après [38]:

$$\langle \Pi_{in} \rangle_{\omega} = 2S_{pp}(\omega) \frac{\pi A^2}{M} n(\omega) \langle J_{mn}^2 \rangle_{\Delta\omega} . \quad (3.20)$$

La densité spectrale de la vitesse quadratique, quant à elle s'écrit :

$$\langle V^2 \rangle_\omega = 2S_{pp}(\omega) \frac{\pi A^2}{M^2} \frac{n(\omega)}{\omega} \frac{\langle J_{mn}^2 \rangle_{\Delta\omega}}{\langle \eta_{mn} \rangle_{\Delta\omega}} = \frac{\langle \Pi_{in} \rangle_\omega}{\omega \langle \eta_{mn} \rangle_{\Delta\omega} M}, \quad (3.21)$$

avec $n(\omega)$ la densité modale qui dépend de la pulsation mais il est estimé pour les plaques en flexion d'après [38] par $n(\omega) = \frac{A}{4\pi} \sqrt{\frac{M}{D}}$ et $\langle J_{mn}^2 \rangle_{\Delta\omega}$ la 'Joint-Acceptance' moyennée sur la bande fréquentielle $\Delta\omega$ qui s'écrit :

$$\langle J_{mn}^2 \rangle_{\Delta\omega} = \frac{1}{N} \sum_{mn=1}^N j_{mn}^2(\omega). \quad (3.22)$$

Le facteur de perte s'écrit :

$$\langle \eta_{mn} \rangle_{\Delta\omega} = \frac{1}{N} \sum_N \eta_{mn}, \quad (3.23)$$

où N est le nombre de modes résonnants dans la bande fréquentielle $\Delta\omega$.

La puissance acoustique rayonnée est exprimée par :

$$\langle P_{ray} \rangle_\omega = \frac{\rho_0 c_0 \langle \sigma \rangle_\omega E_1}{M}, \quad (3.24)$$

avec $\langle \sigma \rangle_\omega$ est l'efficacité de rayonnement qui est calculée suivant l'approche de Leppington [46].

3.2.2 Résultats

a) Comparaison avec NOVA ENERGY

On considère la même plaque (propriétés dans le tableau 3.1) et la même excitation que dans la section 3.1.2, on compare la prédiction de NOVA ENERGY (basé sur la méthode énergétique) avec le code analytique suivant l'approche SEA pour les deux cas de vitesses d'écoulement dans le même graphe.

Dans cette étape, on considère une plage fréquentielle plus large (0 à 4000 Hz) pour étudier la fiabilité de cette approche en hautes fréquences. Et on passe d'un domaine fréquentiel continu à un domaine en bande de fréquence (moyenné en 1/3 d'octave).

La décroissance des courbes est pilotée par la fonction de cohérence spatiale et par l'autospectre (mais dans ce cas, ce dernier n'influe pas car il est unitaire). Cependant, on constate un changement de pente ou une variation de décroissance à partir d'une

certaine fréquence. Cette fréquence est appelée fréquence de coïncidence aérodynamique notée f_{ca} . Le phénomène de la coïncidence aérodynamique est présent quand la vitesse de convection de l'écoulement devient égale à la vitesse des ondes de flexion pour la plaque. Ce phénomène est lié à une excitation maximale de la plaque. Cette fréquence s'écrit :

$$f_{ca} = \frac{U_c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho h}{D}} . \quad (3.25)$$

Pour le haut régime de vitesse d'écoulement $f_{ca1} = 1225$ Hz et pour le bas régime $f_{ca2} = 67$ Hz.

Les résultats sont illustrés dans les figures 3.9 à 3.11 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

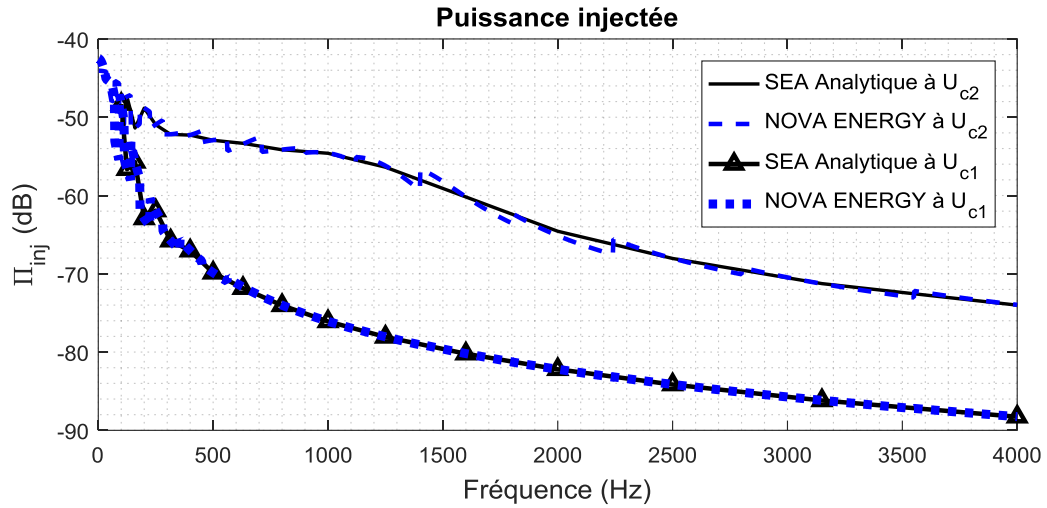


Figure 3.9 Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W)

— : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2}

Δ : SEA analytique à U_{c1} , \blacksquare : NOVA ENERGY à U_{c1}

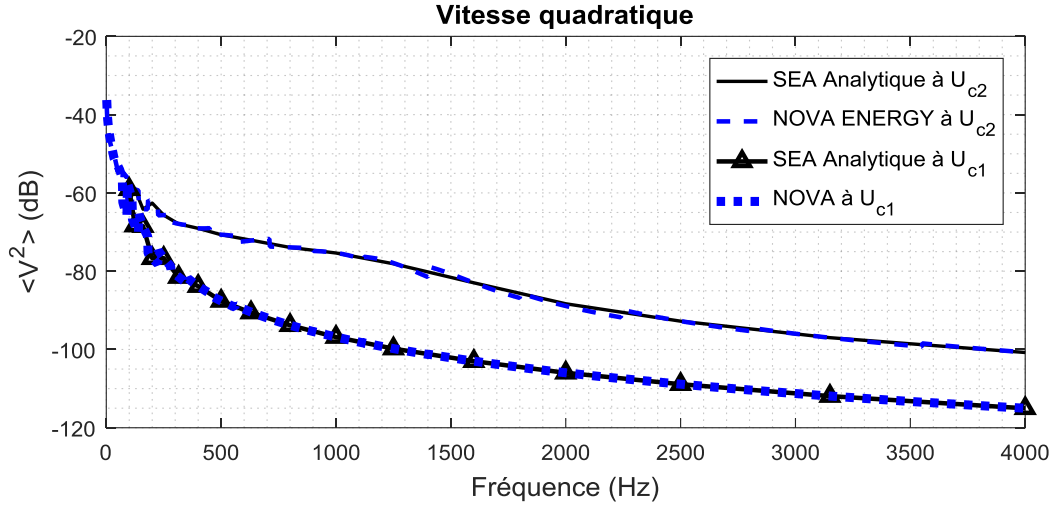


Figure 3.10 Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)

— : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2}
 Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : NOVA ENERGY à U_{c1}

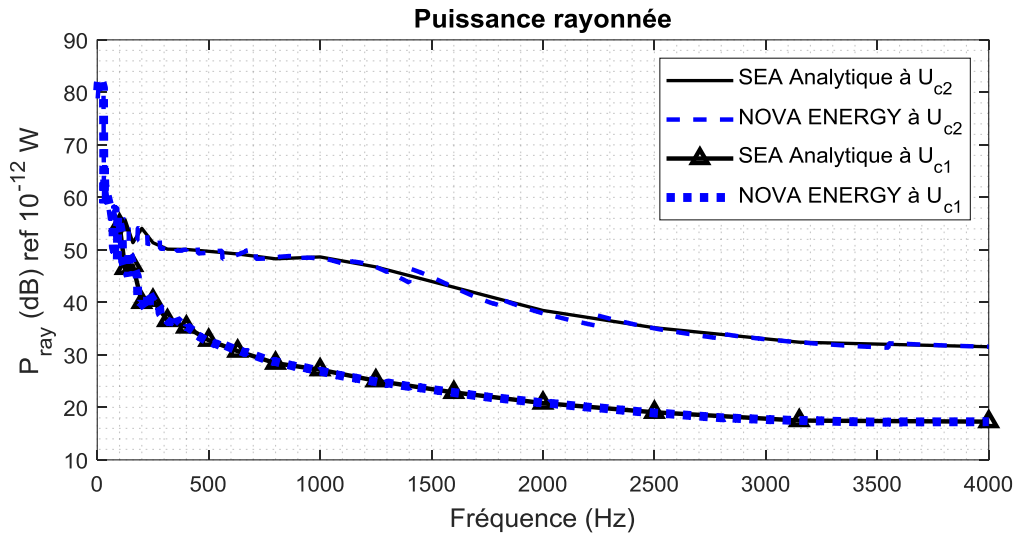


Figure 3.11 Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W)

— : SEA analytique à U_{c2} , - - : NOVA ENERGY à U_{c2}
 Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : NOVA ENERGY à U_{c1}

Les figures 3.9, 3.10 et 3.11 nous montrent un bon accord entre le code SEA et l'approche 'Energy' de NOVA, ce qui est rassurant concernant le calcul de la joint-acceptance et l'implémentation des indicateurs vibroacoustiques. Cependant, on note quelques écarts sous forme de discontinuités et erreurs induits par le calcul fourni par le code NOVA (exemple : à la fréquence 1400 Hz et 2250 Hz dans la figure 3.11) mais on ne peut pas expliquer leurs origines étant donné qu'on n'a pas accès au code source de ce logiciel.

b) Comparaison avec VAONE

On modélise la même plaque sous VAOne avec l'approche SEA de ce dernier en l'excitant par CLT et en la couplant avec un fluide semi infini (SIF en anglais pour dire 'Semi Infinite Fluid') qui nous permet d'étudier son rayonnement dans l'air tel qu'illustré dans la figure 3.12.

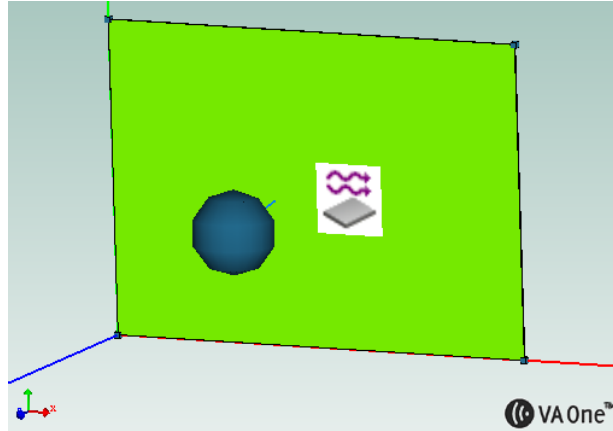


Figure 3.12 Modèle SEA de la plaque sous VAOne

Les résultats illustrés dans les figures 3.13, 3.14 et 3.15 illustrent respectivement, la puissance vibratoire injectée, la vitesse quadratique et la puissance acoustique rayonnée.

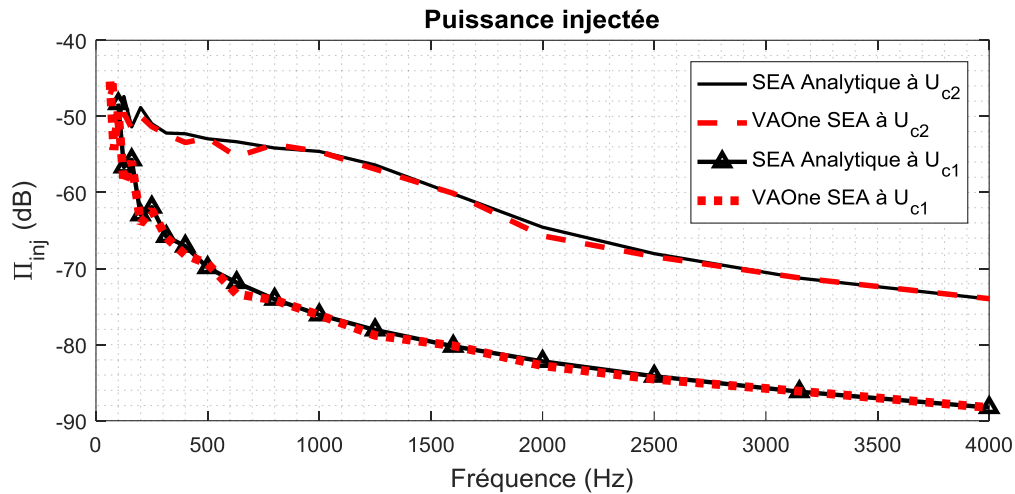


Figure 3.13 Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W)

— : SEA analytique à U_{c2} , -- : VAONE SEA à U_{c2}
 Δ : SEA analytique à U_{c1} , \blacksquare : VAONE SEA à U_{c1}

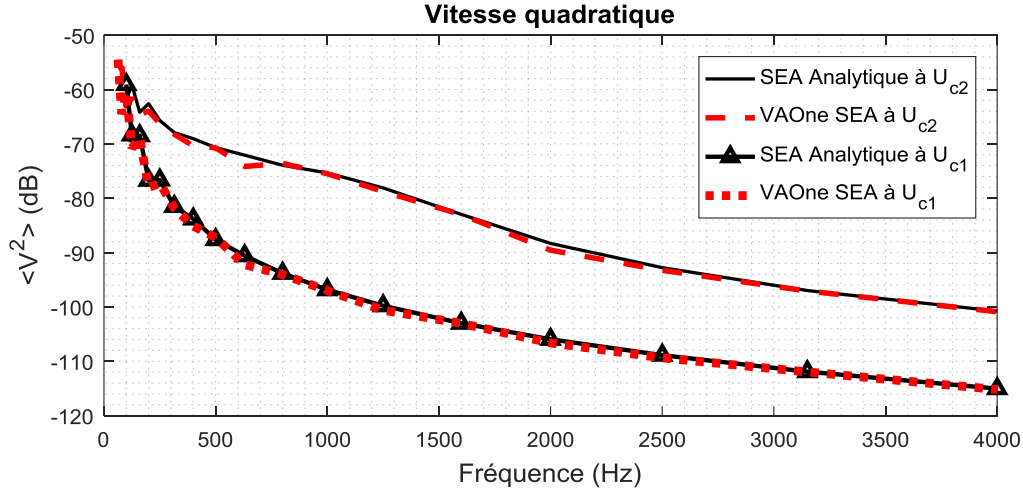


Figure 3.14 Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)

— : SEA analytique à U_{c2} , - - : VAOne SEA à U_{c2}
 Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : VAOne SEA à U_{c1}

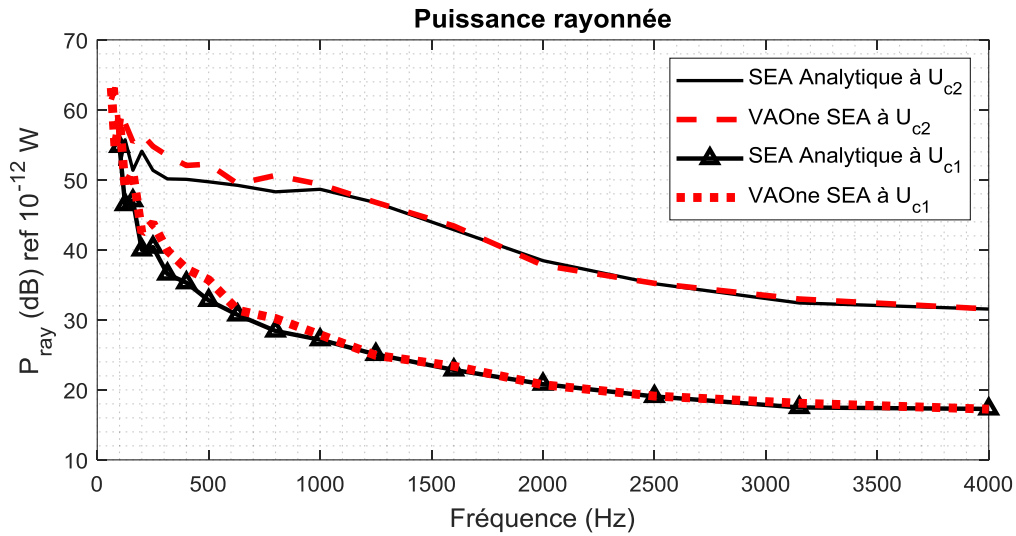


Figure 3.15 Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W)

— : SEA analytique à U_{c2} , - - : VAOne SEA à U_{c2}
 Δ : SEA analytique à U_{c1} , ■ : VAOne SEA à U_{c1}

Pour les deux régimes de vitesse d'écoulement on constate qu'il y a une cohérence entre le script analytique SEA et le résultat de calcul de VAOne SEA.

Les résultats nous confirment l'exactitude de calcul des indicateurs vibroacoustiques et il faut noter que la figure 3.15 nous confirme la validité de l'approche de Leppington [46] dans le calcul de l'efficacité de rayonnement. Il est à mentionner que les écarts en basses fréquences sont dus à la faible densité modale dans cet intervalle de fréquence. Et il faut noter qu'il y a des petits écarts au voisinage de la fréquence 2000 Hz particulièrement en

haut régime de vitesse d'écoulement avant que ça corrèle parfaitement à partir de 2500 Hz. Ces petits écarts sont liés au code source de VAOne dont on n'a pas accès.

c) Comparaison avec un résultat analytique modal moyenné en tiers d'octaves

On reprend le script analytique modal et on moyenne les résultats de nos indicateurs en tiers d'octave puis on compare avec le script SEA analytique. La moyenne par largeur de bande $\Delta\omega$ s'écrit par exemple pour la puissance injectée :

$$\langle \Pi_{in} \rangle_{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \Pi_{in}(\omega) d\omega. \quad (3.26)$$

Les résultats sont illustrés dans les figures 3.16, 3.17 et 3.18. On constate que le résultat en tiers d'octaves corrèle bien avec les courbes de SEA donc ceci permet d'assurer que les équations sont valables et les scripts analytiques sont corrects.

Pour les cas dans les sous-sections a), b) et c) dans cette section (3.2.2) on constate qu'en basses fréquences les tracés ne corrèlent pas parfaitement, ceci est expliqué par le faible nombre de modes dans la bande.

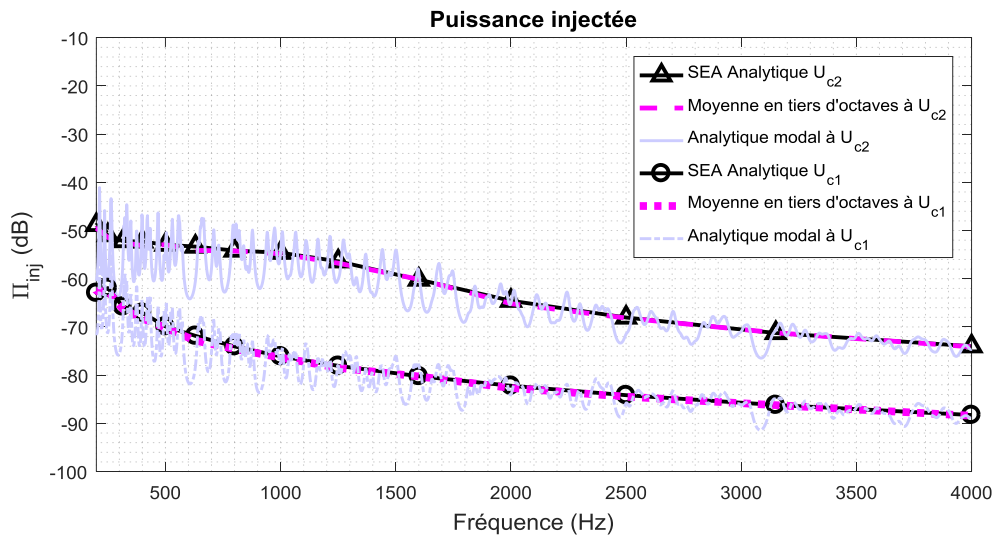


Figure 3.16 Puissance injectée (PSD dB, ref. 1 W)

Δ : SEA analytique à U_{c2} , - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2}
— : SEA analytique à U_{c1} , o : SEA analytique à U_{c1}
- - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1} , -.- : SEA analytique à U_{c1}

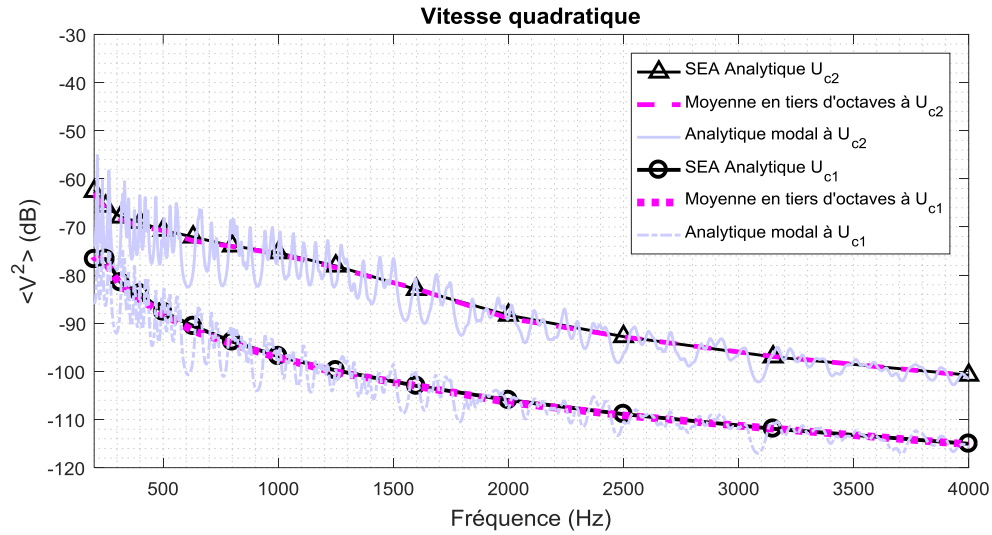


Figure 3.17 Vitesse quadratique (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
 Δ : SEA analytique à U_{c2} , - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2}
 — : Analytique modal à U_{c2} , o : SEA analytique à U_{c1}
 ■■ : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1} , -.- : Analytique modal à U_{c1}

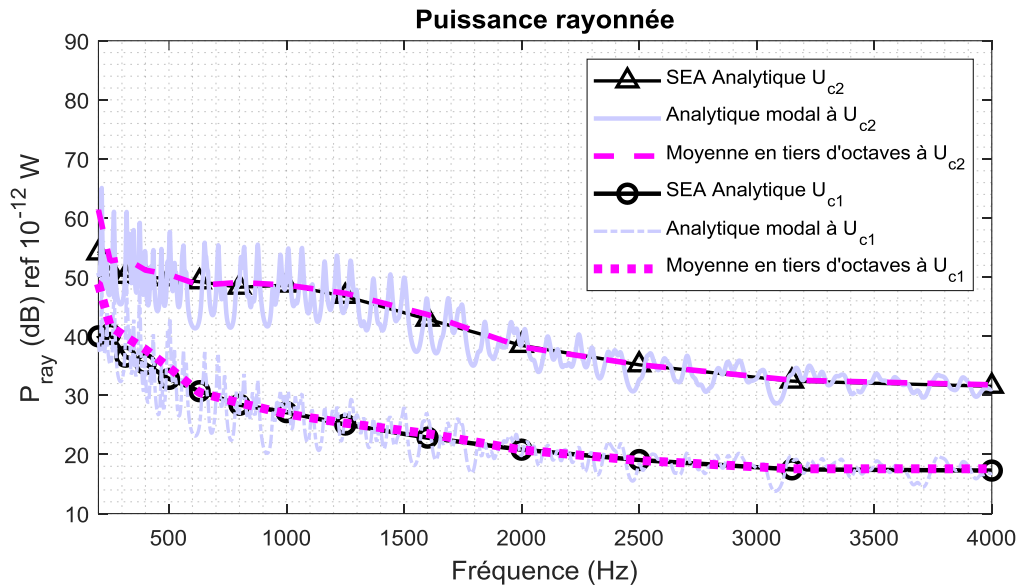


Figure 3.18 Puissance rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W)
 Δ : SEA analytique à U_{c2} , — : Analytique modal à U_{c2} ,
 - - : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c2} , o : SEA analytique à U_{c1}
 -.- : Analytique modal à U_{c1} , ■■ : Moyenne en tiers d'octaves à U_{c1}

On peut conclure que cette méthode énergétique (SEA) utilise des données moyennées en fréquences, ce qui implique une réduction de l'information nécessaire à la prédiction des énergies des sous-systèmes. Dans cette méthode on utilise la notion de la densité

modale plutôt que la position exacte des fréquences propres. Cette approche est utilisable lorsqu'il y a suffisamment de modes résonnants dans la bande de fréquence donc elle est fiable plutôt en hautes fréquences et elle est utile pour connaître le niveau et la tendance des grandeurs ou des indicateurs souhaités afin d'agir par la suite sur le système étudié.

3.3 Approche par FEM

3.3.1 Méthode stochastique

La réponse d'une structure excitée par une sollicitation est donnée sous forme discrétisée sous la forme [34][38]

$$[Z_s]\{w\} = \{F\} \quad (3.27)$$

La matrice d'impédance dynamique Z_s s'écrit :

$$[Z_s] = [D] = -\omega^2 [M] + i\omega [C_a] + [K], \quad (3.28)$$

où $[K]$ est la matrice de raideur, $[C_a]$ est la matrice d'amortissement, $[M]$ est la matrice de masse, w est le vecteur des inconnues nodales (déplacement) et F est le vecteur des efforts extérieurs, pour le cas d'une distribution de pression pariétale F s'écrit :

$$F = [C]\{p\}, \quad (3.29)$$

avec $[C]$ la matrice de couplage fluide-structure issue de la discrétisation du terme associé au travail des forces de pression dans la formulation faible du problème :

$$\int_S p \omega_n dS = \langle w \rangle [C] \{p\}. \quad (3.30)$$

Le système linéaire donné dans l'équation précédente peut être résolu d'une manière directe, soit :

$$\{w\} = [H][C]\{p\}, \quad (3.31)$$

avec $[H] = [Z_s]^{-1}$.

Pour un maillage régulier, l'intégrale dans l'équation (3.29) peut être remplacée par une somme discrète sur les valeurs nodales et la matrice $[C]$ devient une matrice diagonale

dont les termes sont les surfaces nodales. On note par A_i la surface associée au terme ' i ', par A la surface de la structure et N le nombre des nœuds tel que $C_{ij} = A_i \delta_{ij}$,

avec $\sum_{i=1}^N A_i = A$.

Une approximation supplémentaire est d'associer la même surface à tous les nœuds. On obtient :

$$\{w\} = [H] \{p\} \left(\frac{A}{N} \right). \quad (3.32)$$

Dans le cas de la TBL, le problème doit être reformulé puisqu'on ne connaît pas explicitement le vecteur pression, on ne connaît que sa densité interspectrale qui s'écrit :

$$S_{pp}(r_x, r_y, \omega) = S_p(\omega) \psi(r_x, r_y, \omega). \quad (3.33)$$

avec S_p l'autospectre (qu'on mesure ou qu'on prend suivant les modèles présentés dans le paragraphe 2.2.2) et ψ la fonction de corrélation spatiale de l'excitation qui prend sa forme suivant les modèles présentés dans le paragraphe 2.2.1.

La densité spectrale de pression pariétale ne dépend, d'après l'hypothèse de d'un champ homogène et stationnaire dans l'espace, que de la séparation entre deux points (x, y) et (x', y') de la structure. La matrice de la densité spectrale de l'excitation est donnée par :

$$\langle F_i F_j^* \rangle = \langle D_{im} w_m w_n^* D_{jn}^* \rangle \Rightarrow [S_{ff}] = [D][S_{ww}][D^H]. \quad (3.34)$$

Étant donné que $[H] = [D]^{-1}$, cela implique :

$$[S_{ww}] = [H][S_{ff}][H^H]. \quad (3.35)$$

On note par $[S_{pp}]$ et $[S_{ww}]$ les matrices des valeurs nodales de la densité spectrale de l'excitation (figure 3.19) et de la réponse, respectivement. L'exposant H désigne la matrice adjointe (ou transposée Hermitienne).

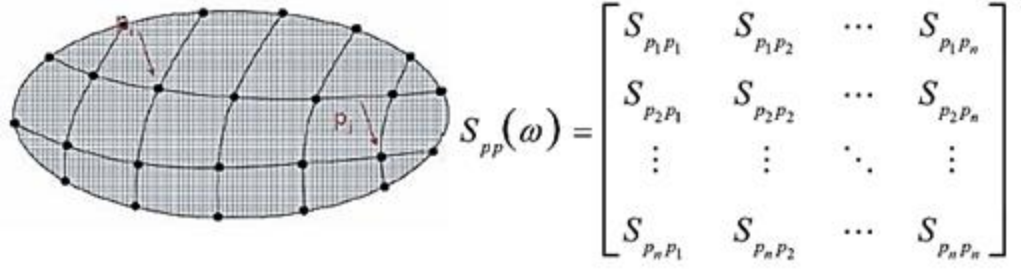


Figure 3.19 Calcul de la matrice de la densité interspectrale de l'excitation sur les nœuds du maillage [47]

La discrétisation de l'équation :

$$\iint_S w(x, y) S_{pp}(x, y, x', y') w^*(x', y') dS dS' = \langle w \rangle [S_{ff}] \{w^*\}, \quad (3.36)$$

montre que

$$[S_{ff}] = [C] [S_{pp}] [C]^T. \quad (3.37)$$

Cette matrice se simplifie dans le cas d'un maillage régulier par :

$$[S_{ff}] = [S_{pp}] \left(\frac{A}{N} \right)^2. \quad (3.38)$$

On fait l'étude de la réponse de la structure par synthèse modale. Ici l'indice m désigne la projection sur la base modale.

$$[S_{ww}] = [\Phi] [S_{ww,m}] [\Phi]^T, \quad (3.39)$$

avec

$$[S_{ww,m}] = [H_m] [S_{ff,m}] [H_m^*]^T \quad (3.40)$$

$[\Phi]$ est la matrice des vecteurs de formes modales,

$$[S_{ff,m}] = [\Phi]^T [S_{ff}] [\Phi], \quad (3.41)$$

et

$$[H_m] = ([\Phi]^T [D][\Phi])^{-1} = [D_m]^{-1}. \quad (3.42)$$

Ceci nous permet de calculer les indicateurs vibroacoustiques

La densité spectrale de la vitesse quadratique s'écrit :

$$S_{\langle v^2 \rangle}(\omega) = \frac{1}{2S} \int_S v_n v_n^* ds = \frac{\omega^2}{2A} \text{tr}([S_{ww}][C]). \quad (3.43)$$

Dans le cas d'un maillage régulier et d'une structure plane elle peut être exprimée par :

$$S_{\langle v^2 \rangle}(\omega) = \frac{1}{2S} \int_S v_n v_n^* ds = \frac{\omega^2}{2N} \text{tr}([S_{ww}]). \quad (3.44)$$

Sous forme modale, l'équation (3.43) devient

$$S_{\langle v^2 \rangle}(\omega) = \frac{\omega^2}{2N} \text{tr}([S_{ww}]) = \frac{\omega^2}{2N} \text{tr}([\Phi]^T [S_{ww,m}][\Phi]). \quad (3.45)$$

La densité spectrale de la puissance injectée sous forme modale, s'écrit :

$$S_{\Gamma_m}(\omega) = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{1}{j\omega} \text{tr}([D_m][S_{ww,m}]) \right) = \frac{1}{2\omega} \text{Im} \left(\text{tr}([D_m][S_{ww,m}]) \right). \quad (3.46)$$

La densité spectrale de la puissance acoustique rayonnée par la structure sous forme modale, est donnée par :

$$S_{P_{ray}}(\omega) = \frac{\omega^2}{2} \text{Re} \left(\text{tr}([Z_{rad,m}][S_{ww,m}]) \right), \quad (3.47)$$

avec

$$[Z_{rad,m}] = [\Phi]^T [Z_{rad}][\Phi]. \quad (3.48)$$

$[Z_{rad}]$ est la matrice d'impédance de rayonnement de la structure. Le calcul de cette matrice est basé sur la méthode d'intégrale de Rayleigh [34][48] puisqu'on traite une structure plane bafflée.

On reprend le cas de notre plaque (propriétés dans le tableau 3.1) et on l'excite par TBL en gardant les mêmes caractéristiques de la plaque ainsi que de l'excitation que dans la

section 3.1.2. On prend un maillage de 60x44 éléments. Les résultats des calculs de nos codes implémentés (Code analytique modal vs code analytique FEM stochastique) sont les suivants pour deux cas de vitesses d'écoulement ($U_{c1} = 0.7 \times 220$ m/s et $U_{c3} = 0.7 \times 85.5$ m/s):

Pour le haut régime de vitesse d'écoulement on obtient les résultats montrés dans les figures 3.20-3.22 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

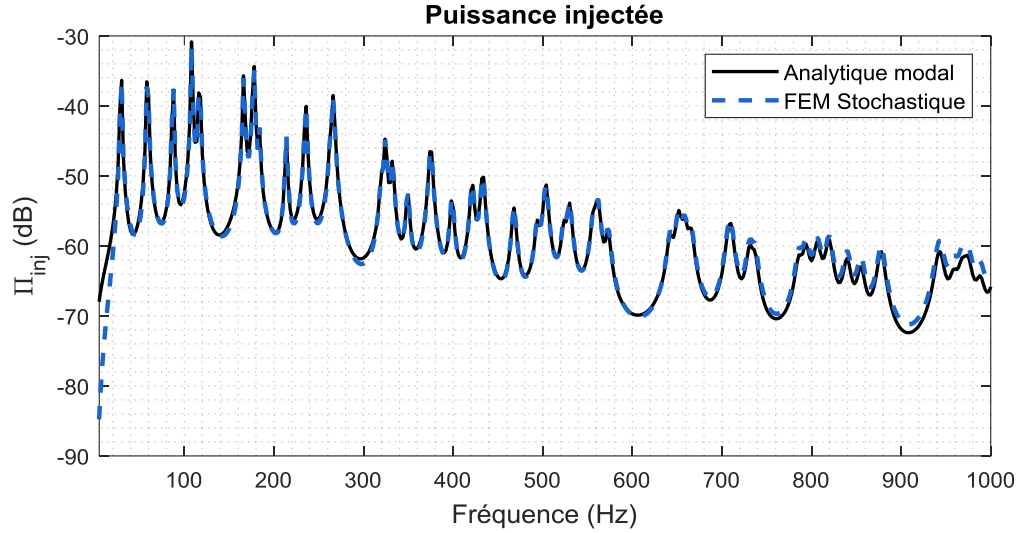


Figure 3.20 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

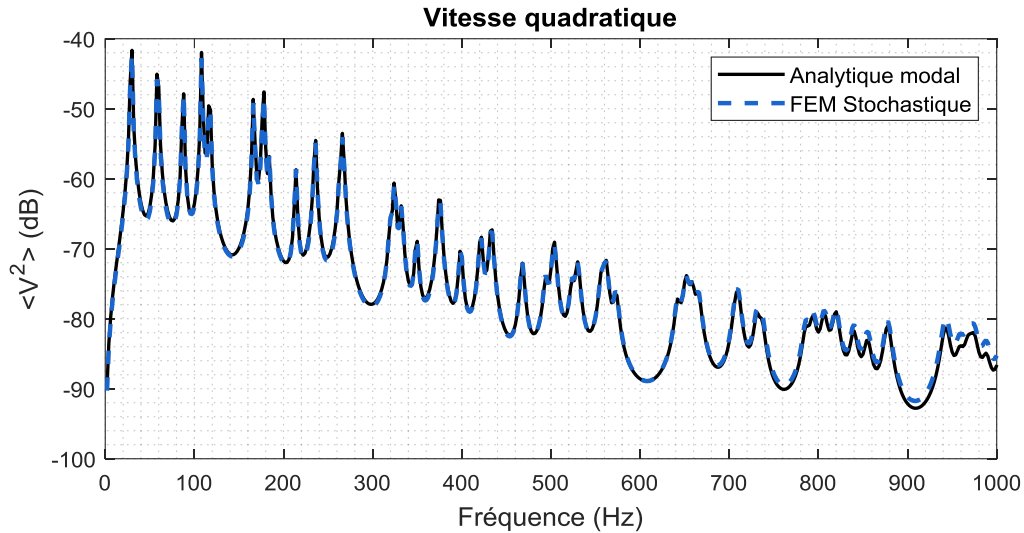


Figure 3.21 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

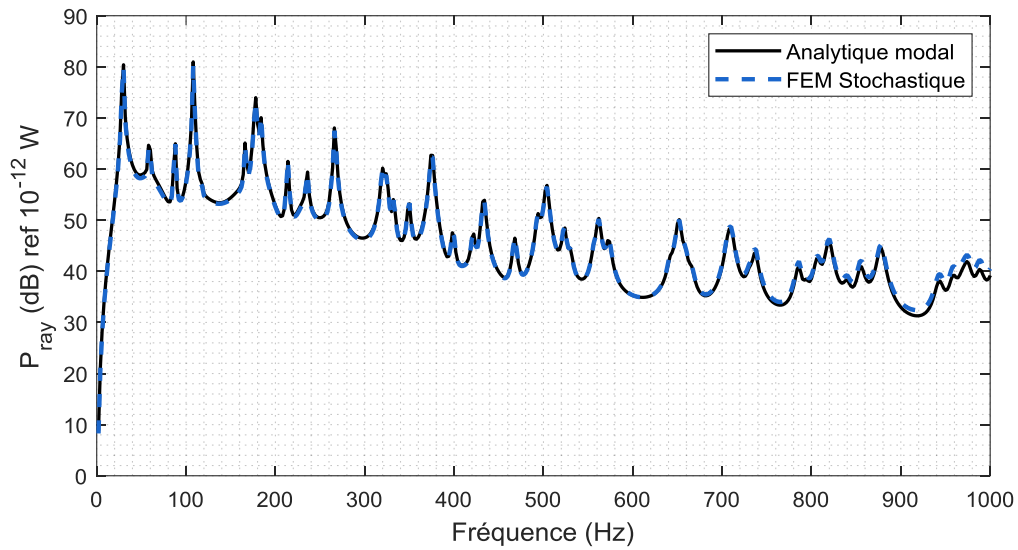


Figure 3.22 Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

En haut régime de vitesse, on obtient les résultats montrés dans les figures 3.23-3.25 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

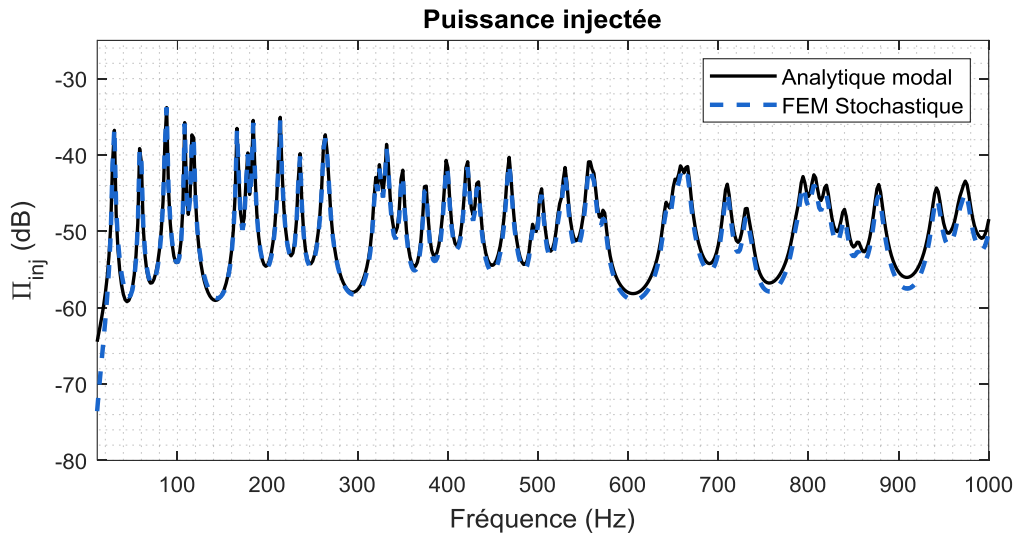


Figure 3.23 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

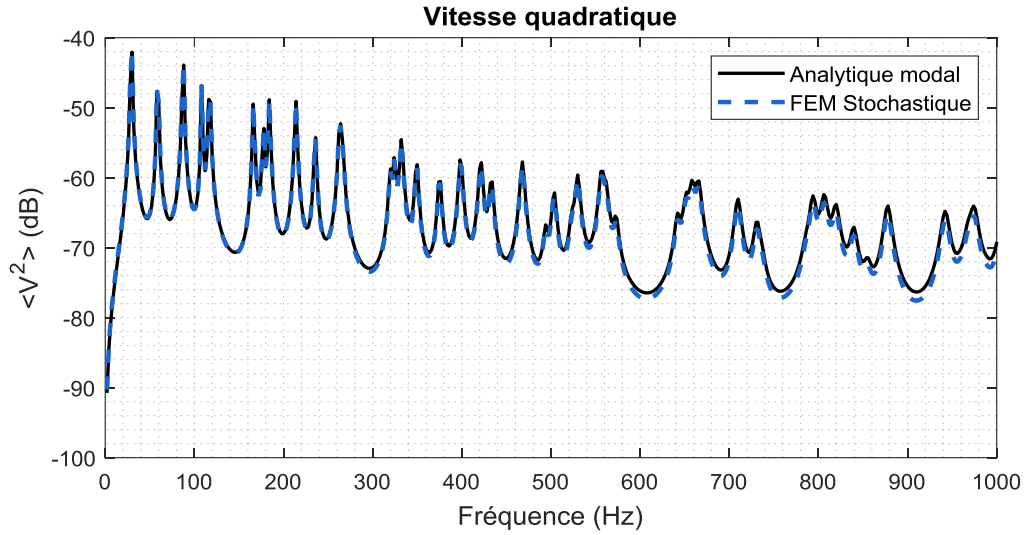


Figure 3.24 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

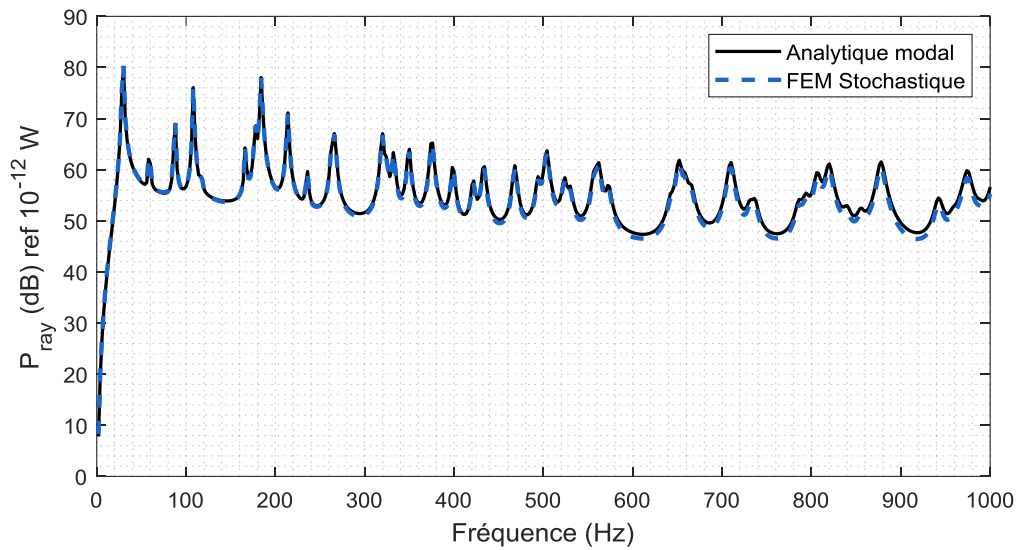


Figure 3.25 Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : FEM stochastique

On constate une bonne corrélation entre les codes surtout en basses et moyennes fréquences mais on note qu'en hautes fréquence on commence à diverger. La divergence commence à 810 Hz pour ce maillage (60 x 44 éléments) et elle commence plus tôt (à 510 Hz) pour un maillage moins fin (45 x 33 éléments).

Lorsqu'on monte en fréquence, le maillage de la structure devient de plus en plus incapable (pas assez fin) de capturer les petites longueurs d'ondes. Le maillage est établi dans une première étape de calcul suivant le critère de maillage de $\lambda_f / 6$ où λ_f est la longueur d'onde de flexion de la plaque, son expression est présenté dans l'équation (3.54). Puis pour plus de précision, on a respecté le critère de $\lambda_f / 8$. Cependant dans la méthode des éléments finis en raffinant le maillage ou en changeant le types des éléments (exemple : éléments triangulaires ou quadrilatères) on doit prendre en compte du temps de calcul. Plus on cherche la précision, plus ça devient couteux en termes de temps de calcul.

3.3.2 Méthode déterministe

Le principe de cette méthode consiste à représenter la solution par une approximation de solutions sous excitations déterministes [49]. Les étapes pour implémenter cette méthode sont les suivants :

- a) Pour une pulsation ω donnée, on génère la matrice nodale de la densité interspectrale de pression $[S_{pp}]$.
- b) On réalise une décomposition de Cholesky de la matrice. Cette matrice est définie positive et elle est complexe hermitienne. Elle prend la forme :

$$[S_{pp}] = [L]^H [L], \quad (3.49)$$

avec L une matrice triangulaire inférieure.

- c) On génère un échantillonnage de N phases aléatoires $\langle \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N \rangle$ avec $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$: création de nombre aléatoire pour chaque nœud à l'aide la commande 'rand' (qui crée une séquence de nombres entre 0 et 1 pour lesquels il n'y a aucun lien déterministe connu) et on crée le vecteur de phases $\langle e^{j\varphi_1}, e^{j\varphi_2}, \dots, e^{j\varphi_N} \rangle$.
- d) On calcule les valeurs des forces nodales équivalentes à cet échantillonnage :

$$\{p\} = [L]^H \{e^{j\varphi_i}\}, \quad (3.50)$$

et sa forme discrétisée (vecteur de force nodale créé à partir d'un champ de pression pariétale).

$$\{R\} = [C][p]. \quad (3.51)$$

- e) On résoud le système : $\{w\} = [H][p]$
- f) On calcule les indicateurs vibroacoustiques.
- g) On répète les étapes de c) à f) M fois (M réalisations) et on moyenne les indicateurs. Par exemple pour la puissance injectée :

$$S_{\Pi_{in}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M S_{(\Pi_{in})_i}. \quad (3.52)$$

La convergence de cette méthode est fonction du maillage et du paramètre M . On reprend notre plaque (propriétés dans le tableau 3.1) en gardant les mêmes caractéristiques de l'excitation (section 3.1.2) et on visualise une comparaison entre le code analytique modal et le code analytique FEM selon l'approche déterministe.

Pour les bas régimes de vitesse d'écoulement on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.26-3.28 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

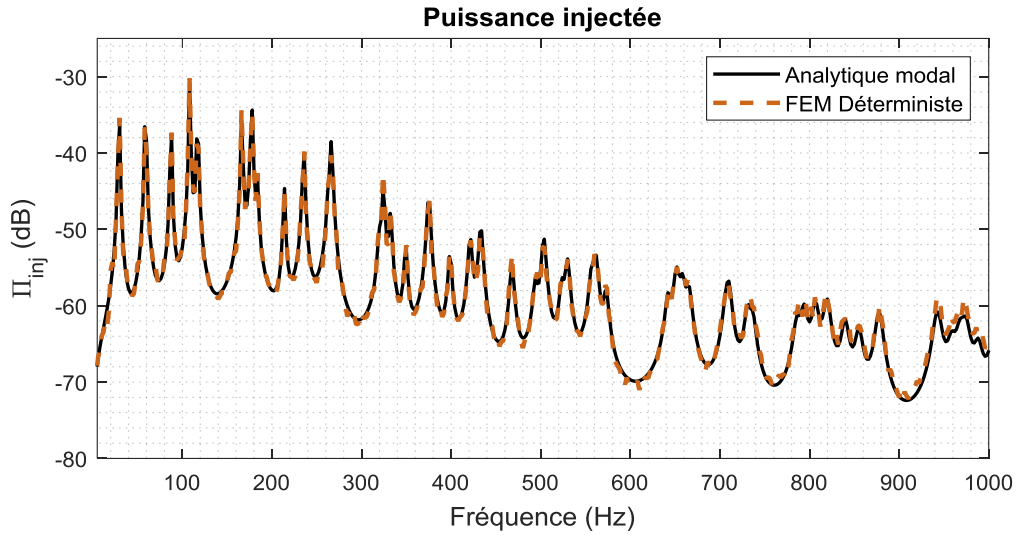


Figure 3.26 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

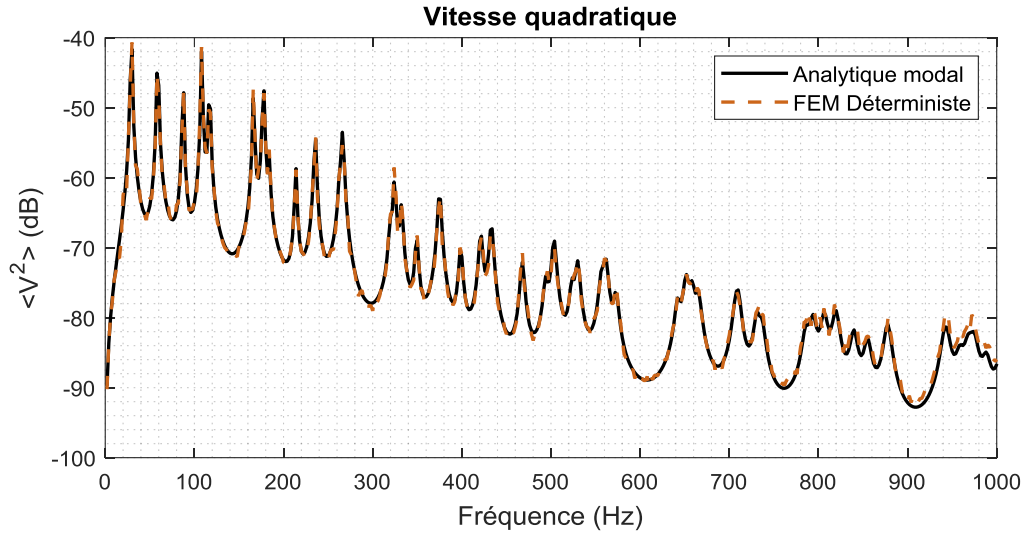


Figure 3.27 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)

— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

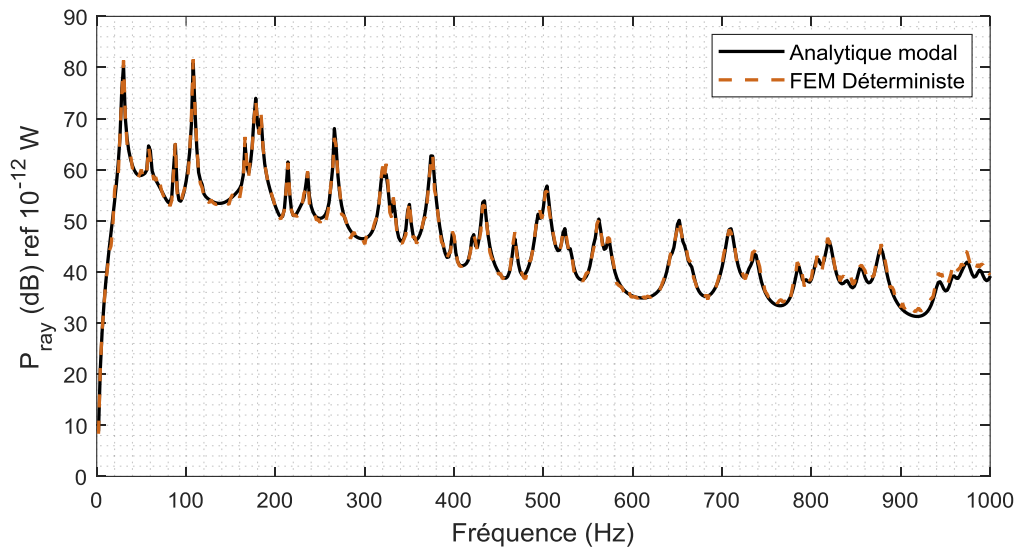


Figure 3.28 Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)

— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

En haut régime de vitesse d'écoulement on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.29-3.31 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

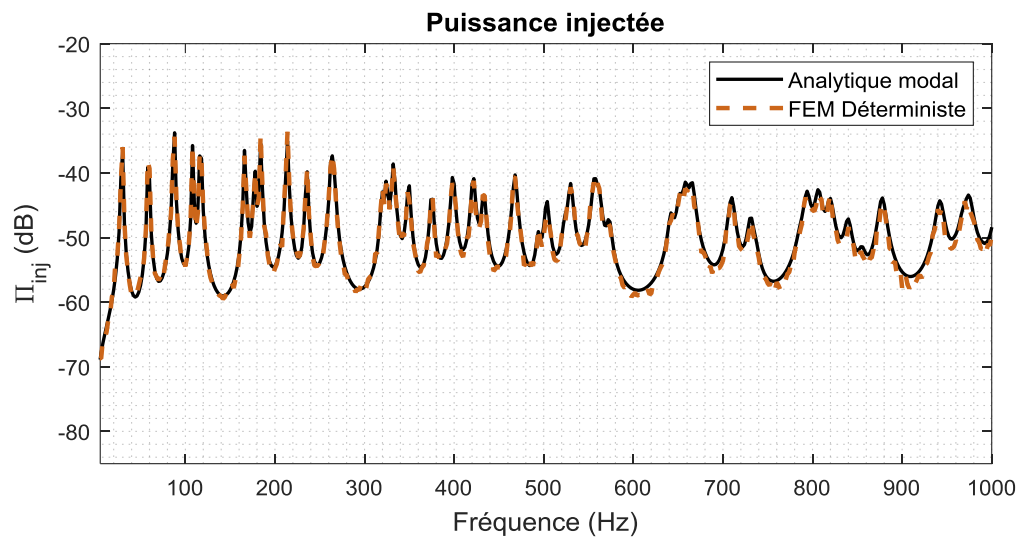


Figure 3.29 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

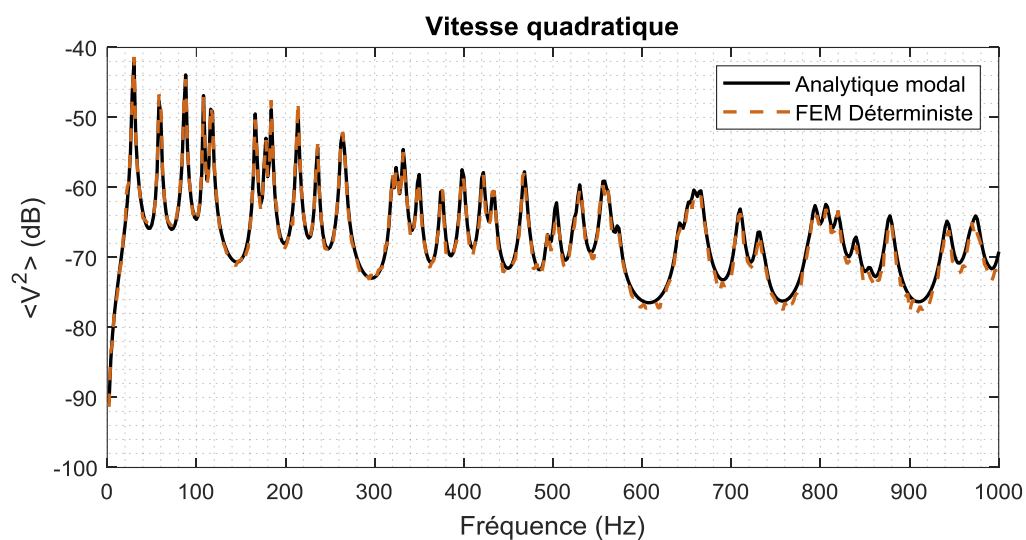


Figure 3.30 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

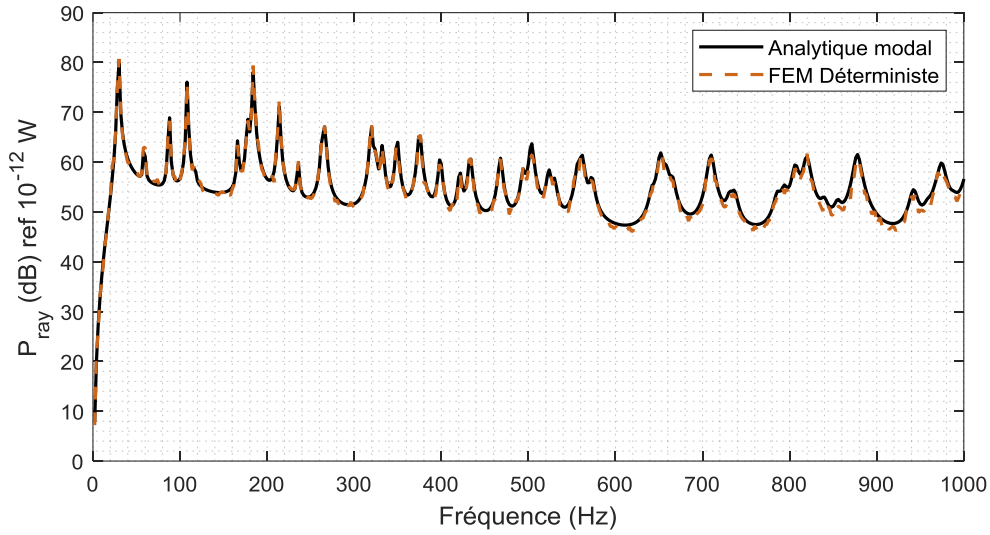


Figure 3.31 Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : FEM déterministe

On note qu'il y a une corrélation parfaite entre le code analytique modal et l'analytique FEM déterministe surtout au niveau des basses et moyennes fréquences mais on note une divergence qui commence vers 810 Hz. La bonne corrélation des résultats est obtenue grâce à un maillage fin (60 x 44 éléments) et un nombre de répétitions égal à 25. En contrepartie le script de cette approche demande un temps de calcul important.

On peut avoir un résultat plus rapide si on diminue le nombre d'éléments et le nombre de réalisations mais la divergence commence plus tôt (exemple : la divergence commence à 590 Hz pour un maillage 45*33 éléments. Le nombre de réalisations M contribue à la convergence mais contribue aussi à l'aspect du signal : Plus ce nombre est augmenté, moins le signal est bruité (plus est lisse).

3.3.3 Validation avec VAOne

On modélise la plaque sur VAOne selon son approche FEM (figure 3.32), la géométrie est définie sur VAOne avec les outils disponibles dans son interface, on associe le matériau de la plaque (propriétés dans le tableau 3.1) à la géométrie modélisée, puis on effectue le maillage suivant deux critères imposant que le maillage doit capturer la physique de la plaque et la physique de l'excitation, ces deux critères sont :

- Critère de la longueur d'onde de flexion λ_f de la plaque qui s'écrit :

$$\lambda_f = \frac{C_f}{f_{\max}}, \quad (3.53)$$

avec C_f la célérité des ondes de flexion qui s'écrit :

$$C_f = \sqrt{2\pi f_{\max}} \sqrt[4]{\frac{D}{\rho h}}. \quad (3.54)$$

Le critère de discrétisation est basé sur la longueur d'onde minimale des ondes de flexion dans une plaque mince. En désignant par n_x et n_y les nombres des éléments suivant, respectivement, x et y . Ce critère se traduit par :

$$\begin{cases} n_x \succ \frac{a}{\lambda_f / 8} \\ n_y \succ \frac{b}{\lambda_f / 8} \end{cases}$$

Dans la littérature on trouve souvent le critère $\lambda_f / 6$. Mais pour plus de précision, on envisage le critère de $\lambda_f / 8$.

- Critère du nombre d'onde convectif

La longueur de l'élément Δl doit respecter le critère :

$$8\Delta l \prec \frac{2\pi}{k_{c\max}} ; k_{c\max} = \frac{2\pi f_{\max}}{U_c}.$$

Après des applications numériques, un maillage en éléments quadrilatères avec une longueur d'élément égale 6 mm, qui satisfait les deux critères pour les deux régimes de vitesses d'écoulement et la fréquence maximale considérée, est établi.

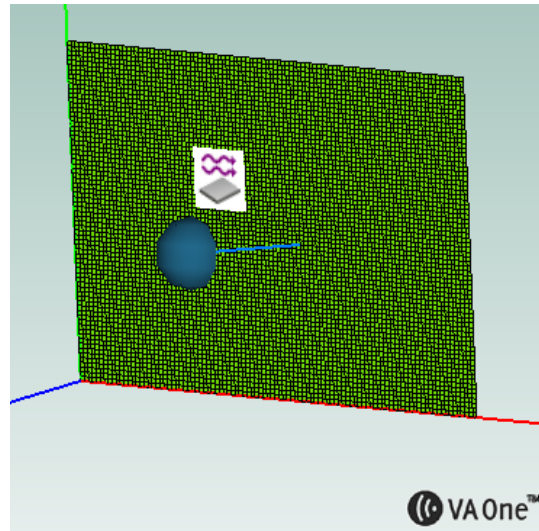


Figure 3.32 Modèle de la plaque sous VAOne

La structure est simplement appuyée sur ses bords puisque c'est une structure plane, elle est couplée avec un fluide semi-infini ('SIF') pour étudier son rayonnement dans l'air (figure 3.32) c'est-à-dire, une approche de Rayleigh est certainement suivie dans ce cas pour calculer les impédances de rayonnement. La plaque est toujours excitée par le même écoulement turbulent défini dans la section 3.1.2 tout en imposant un autospectre de pression pariétale $S_p(\omega)$ unitaire. On obtient les résultats suivants pour le bas régime de vitesse dans les figures 3.33-3.35 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

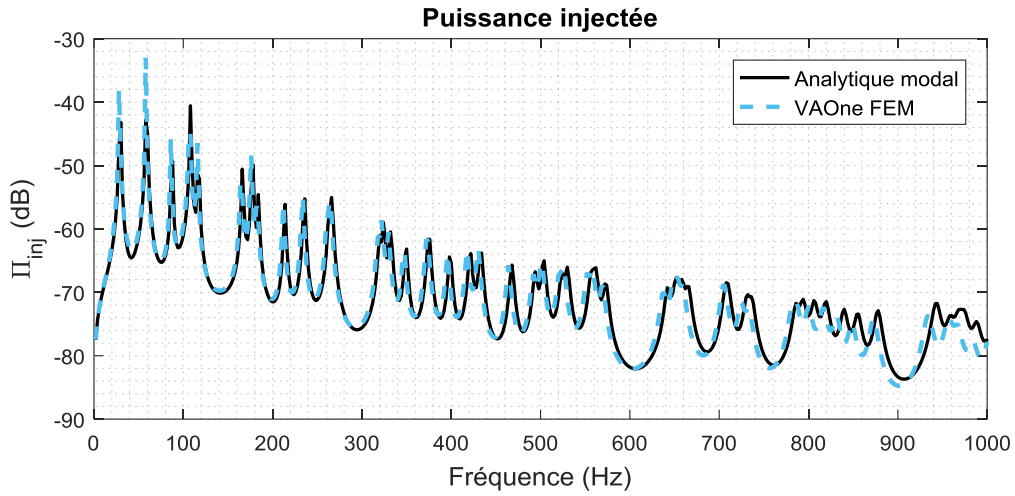


Figure 3.33 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

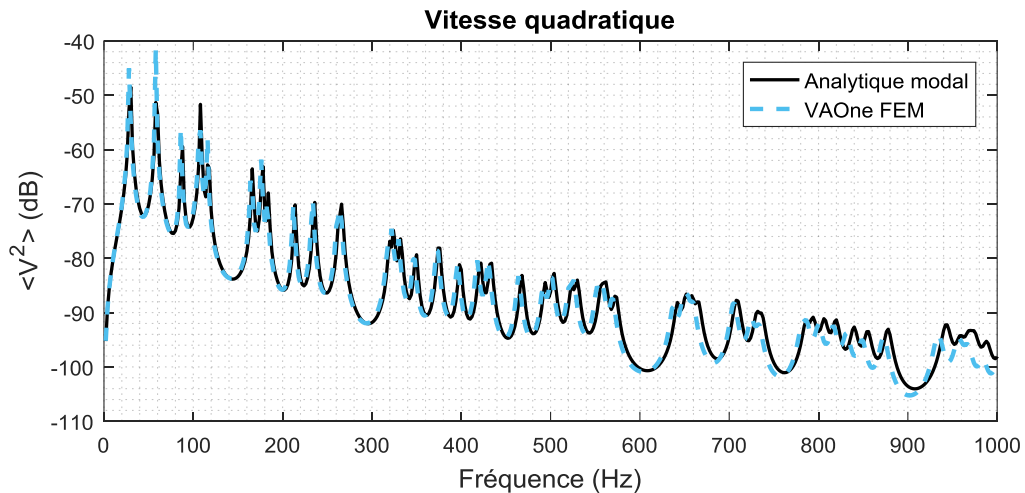


Figure 3.34 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

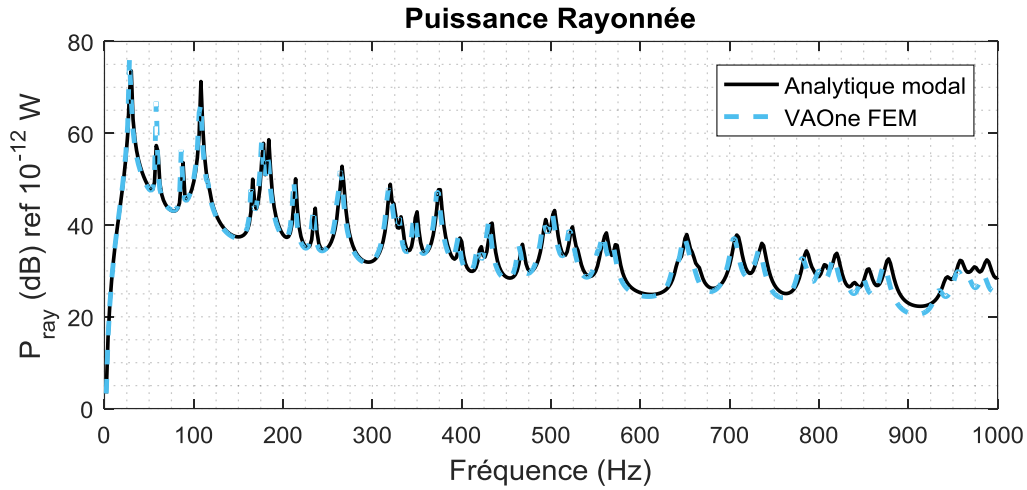


Figure 3.35 Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

Pour le haut régime de vitesse on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.36-3.38 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

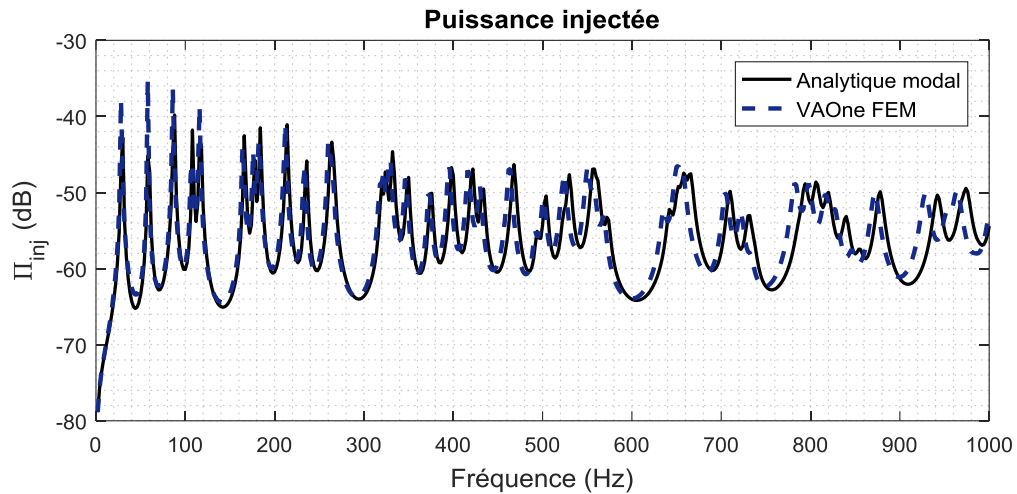


Figure 3.36 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

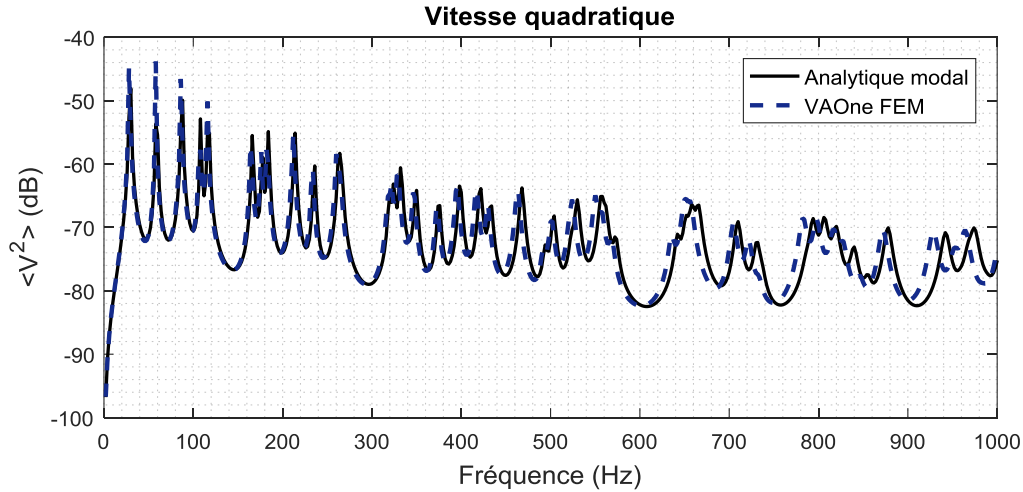


Figure 3.37 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

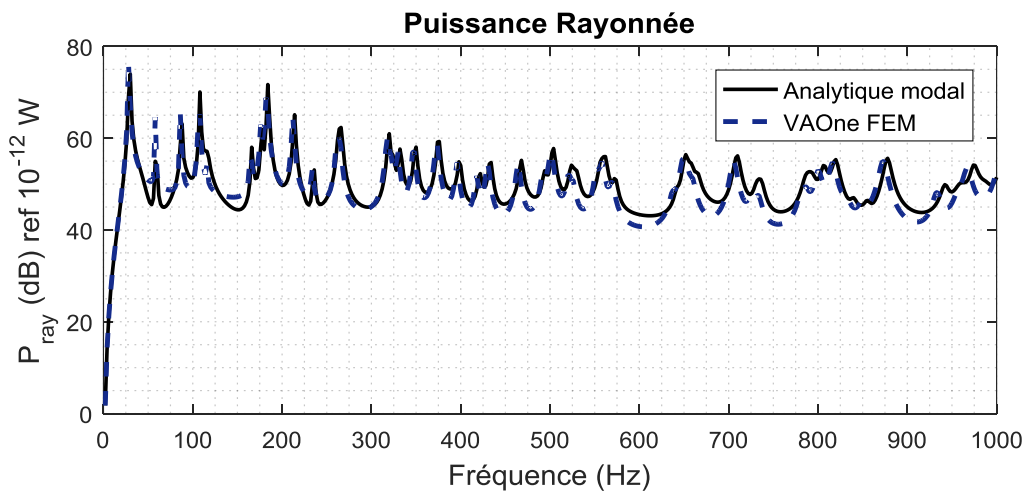


Figure 3.38 Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : VAOne FEM

La méthode des éléments finis est fiable au niveau des basses fréquences. En hautes fréquences, comme mentionné dans la section 3.3.1, les petites longueurs d'ondes ne sont pas bien capturées par le maillage établi malgré la précision cherchée en respectant les critères présentés précédemment. Cependant on peut encore chercher la précision mais ça devient plus coûteux en temps de calcul. Ceci est encore illustré et démontré avec des validations avec NOVAFEM (paragraphe suivant).

3.3.4 Validation avec NOVAFEM

On modélise la plaque sous NOVAFEM en conservant les mêmes propriétés de la plaque et de l'excitation mais avec un autospectre de pression pariétale suivant le modèle de Cockburn-Robertson et on établit un maillage qui respecte les mêmes critères que ceux mentionnés dans le paragraphe précédent. On compare les résultats avec la méthode référence (analytique modale). On obtient en bas régime les résultats illustrés dans les figures 3.39-3.41 en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

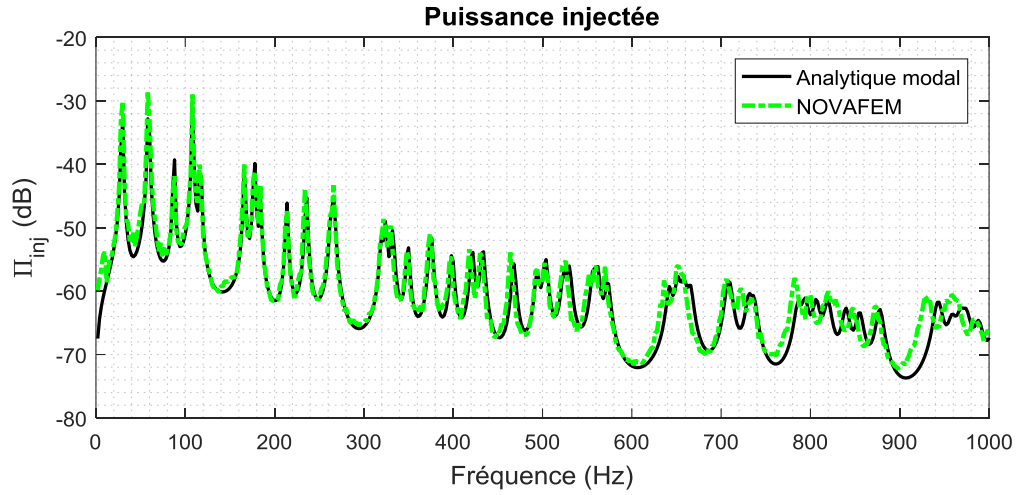


Figure 3.39 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - . - : NOVAFEM

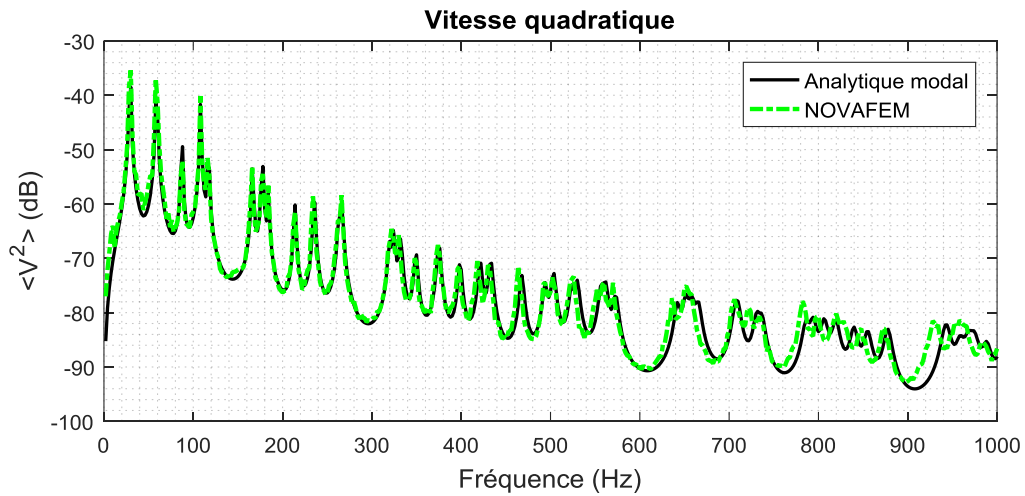


Figure 3.40 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, - . - : NOVAFEM

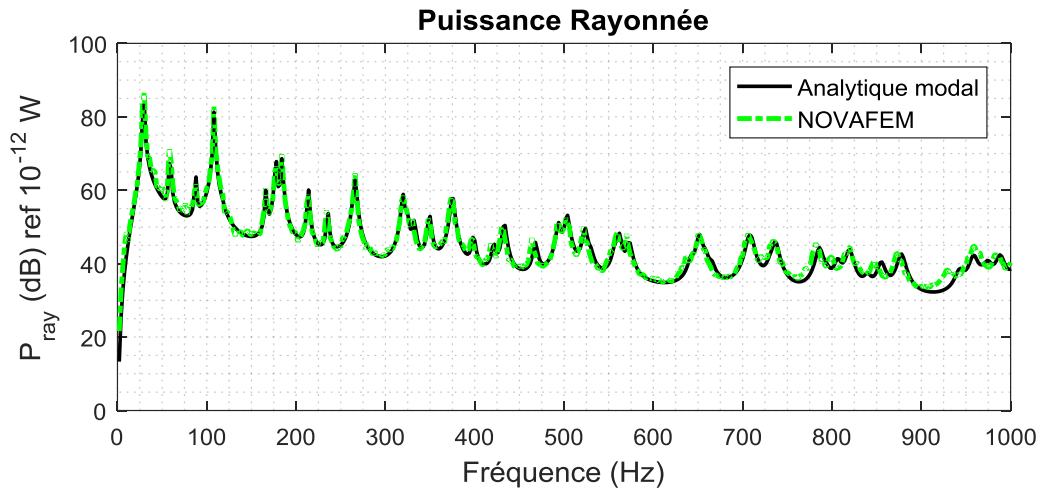


Figure 3.41 Puissance rayonnée en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, - - : NOVAFEM

En haut régime de vitesse on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.42-3.44. La puissance injectée en termes de puissance injectée, vitesse quadratique moyenne et puissance acoustique rayonnée, respectivement.

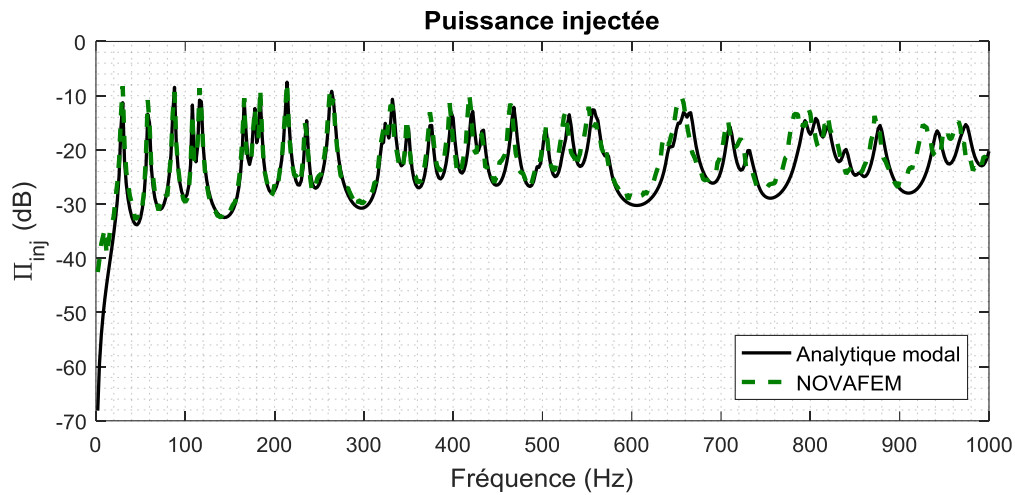


Figure 3.42 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal, - - : NOVAFEM

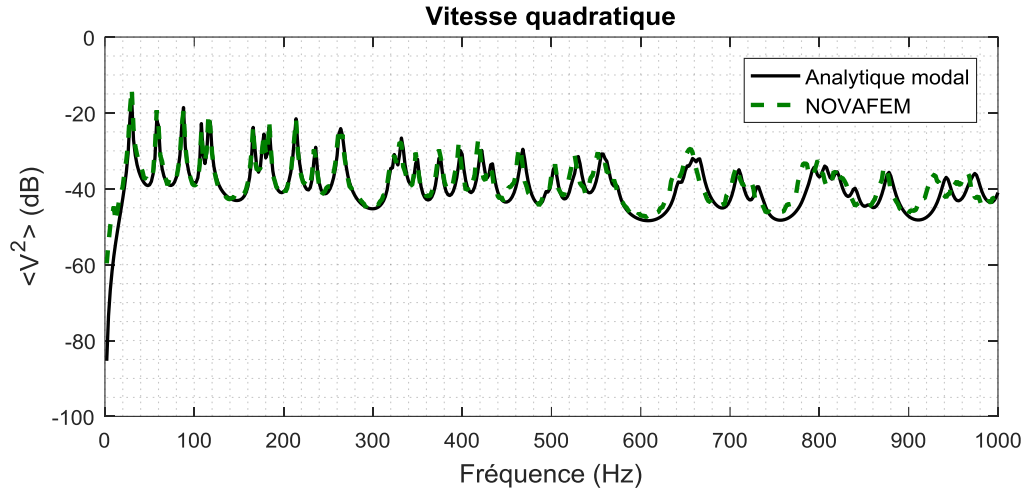


Figure 3.43 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
— : Analytique modal, -.- : NOVAFEM

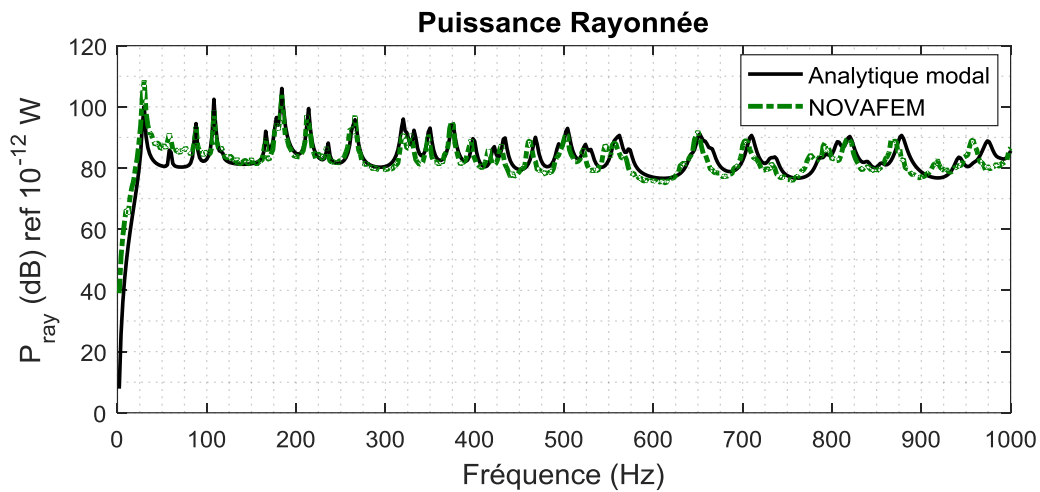


Figure 3.44 Puissance rayonnée en haut régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. 10^{-12} W)
— : Analytique modal, -.- : NOVAFEM

Se limitant par la taille des éléments, les petites longueurs d'ondes dans les hautes fréquences ne sont pas bien capturées ce qui induit des erreurs au niveau de ces fréquences mais on peut affirmer l'exactitude de ce code dans les basses et moyennes fréquences. On peut affirmer les mêmes conclusions de la section précédente concernant la fiabilité de la méthode des éléments finis en basses et moyennes fréquences. Donc, la mise en œuvre de cette méthode implique un choix judicieux du critère de maillage dépendamment de l'exactitude du résultat souhaité en tenant compte du temps de calcul.

3.4 Approche asymptotique :

La difficulté dans la méthode analytique modale réside dans le calcul de la 'Joint acceptance exprimée dans (3.56) et explicitée dans l'annexe A. On rappelle que cette fonction est un paramètre de cohérence entre les modes de la structure et la configuration spatiale de l'excitation.

$$J_{mn}^2 = \frac{1}{S^2} \int_S \int_S \varphi_{mn}(x, y) \psi(x, y, x', y') \varphi_{mn}(x', y') dS dS'. \quad (3.55)$$

Une méthode explicitée dans [50] est basée sur une approximation asymptotique du terme "Joint-Acceptance" qui donne suite à des approximations, une valeur asymptotique simplifiée qui dépend de la fréquence et qui s'écrit sous la forme :

$$J_{mn}^2(\omega) \approx 4 \left(\frac{c_x}{c_y} \right) \frac{1}{\left(\frac{\omega}{U_c} \right) (1 + c_x^2)} \left(\frac{1}{\rho h} \right), \quad (3.56)$$

Où c_x et c_y désignent les coefficients de décroissance spatiale suivant la direction x et la direction y , respectivement.

On reprend le code analytique implémenté dans la section 3.1 et on change le terme de 'Joint-Acceptance' par l'expression asymptotique (3.57).

On considère la même plaque utilisée dans la section 3.1 (propriétés dans le tableau 3.1) et on compare les deux codes analytiques, dans le cas asymptotique et dans le cas non-asymptotique.

En bas régime de vitesse on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.45 et 3.46 en termes de puissance injectée et vitesse quadratique moyenne respectivement.

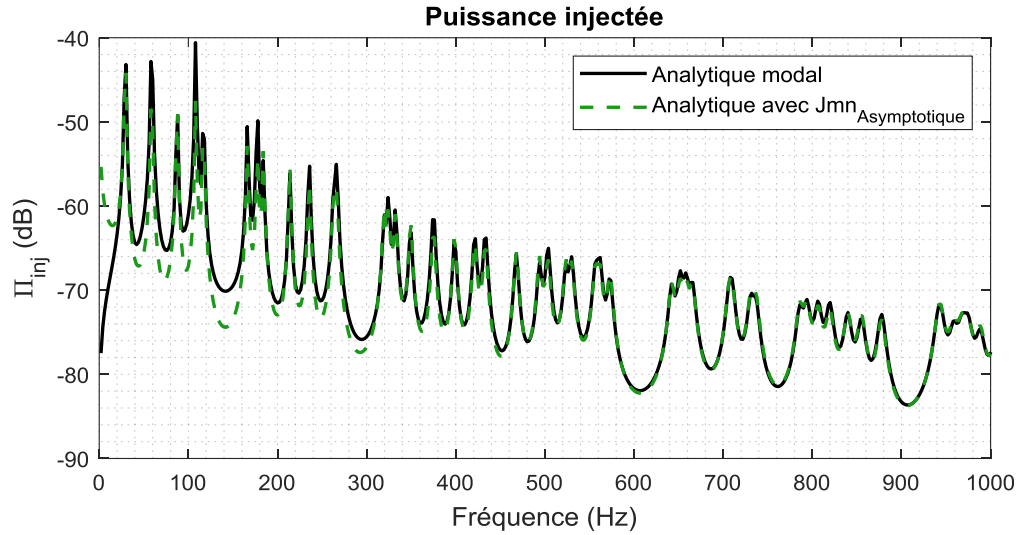


Figure 3.45 Puissance injectée en bas régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
— : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, - - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique

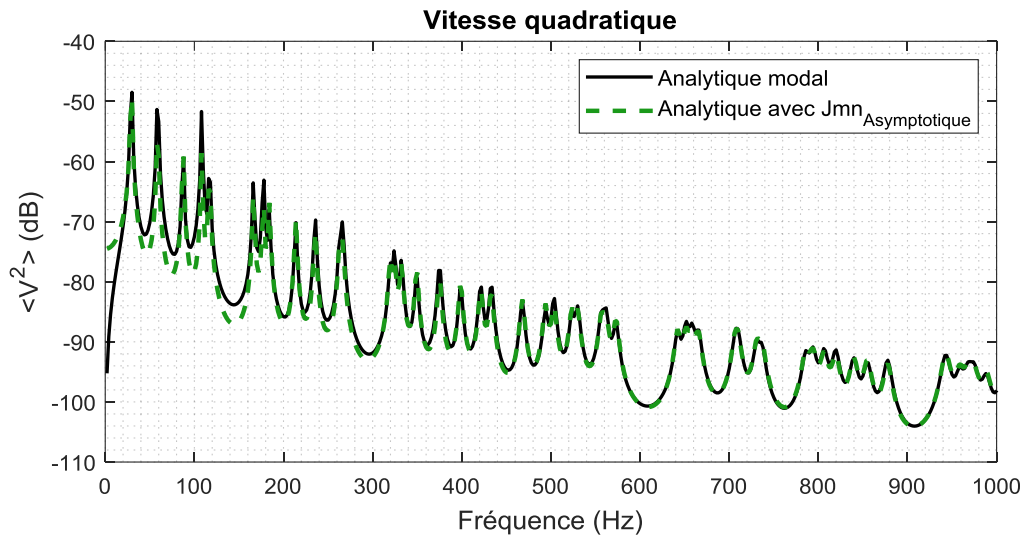


Figure 3.46 Vitesse quadratique en bas régime de vitesse d'écoulement
(PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$) — : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, - - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique

En haut régime de vitesse d'écoulement on obtient les résultats illustrés dans les figures 3.47 et 3.48 en termes de puissance injectée et vitesse quadratique moyenne respectivement.

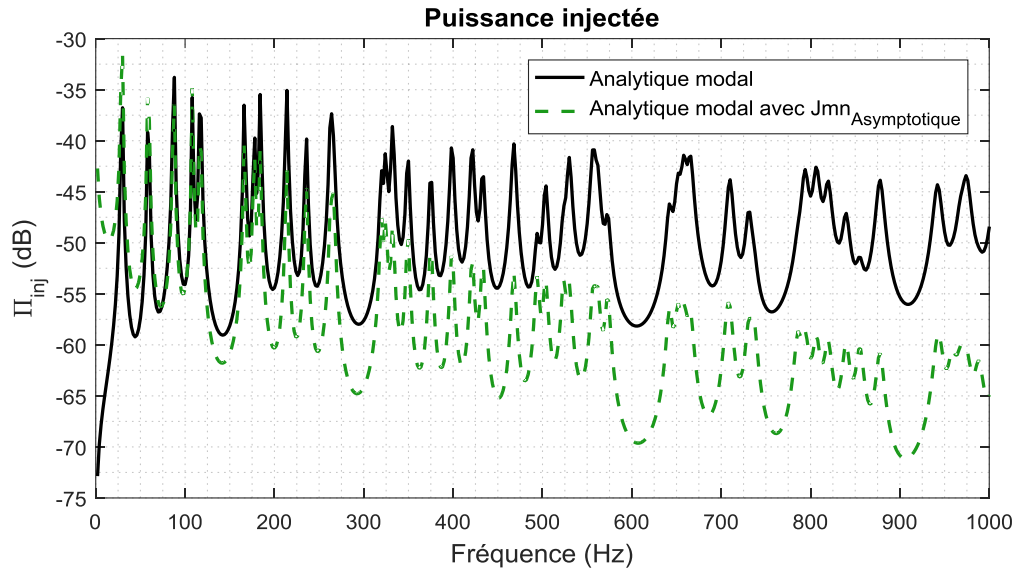


Figure 3.47 Puissance injectée en haut régime de vitesse d'écoulement (PSD dB, ref. 1 W)
 — : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, -- : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique

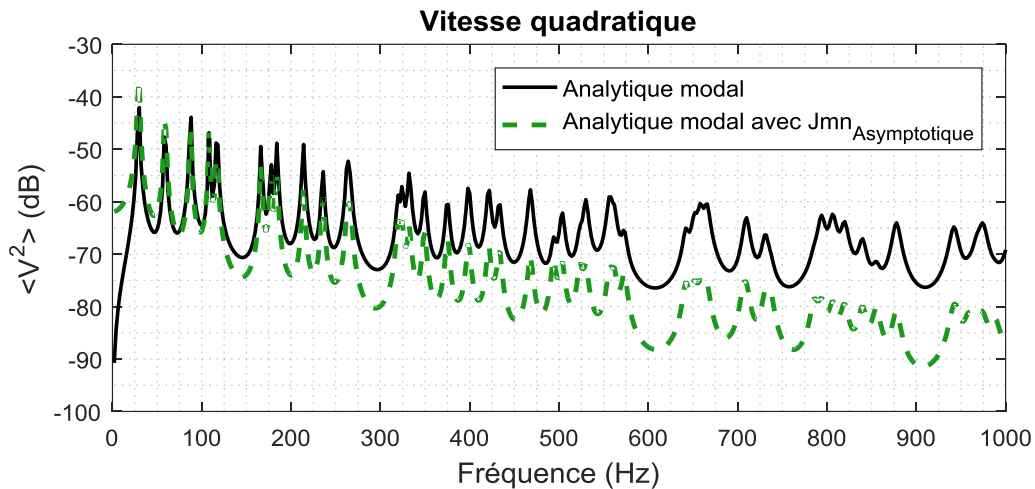


Figure 3.48 Vitesse quadratique en haut régime de vitesse d'écoulement
 (PSD dB, ref. 1 m².s⁻²) - : Analytique modal avec "Joint-acceptance" explicite, -- : Analytique modal avec "Joint-acceptance" asymptotique

On constate que l'approche asymptotique est fiable seulement en faibles régimes de vitesse d'écoulement et dans ce cas de régimes, cette approche montre une exactitude par rapport au résultat de référence uniquement en moyennes et hautes fréquences. Pour conclure, cette approximation asymptotique fait des gains en temps de calcul mais elle a deux principales limites : Son application est limitée au faibles régimes de vitesse d'écoulement et dans ce cas, elle présente des écarts en basses fréquences.

3.5 Application pour une plaque excitée par CLT et couplée à une cavité

On prend notre plaque de la section 3.1 (propriétés illustrées dans le tableau 3.1) et on la couple avec une cavité d'air rigide au niveau de ses parois ayant les dimensions $a \times b \times L$ comme illustré dans la figure 3.49 avec $L = 0.4$ m. Cette plaque est excitée par la même CLT et dans cette application, on se limite au haut régime de vitesse d'écoulement. L'objectif est de déterminer la pression quadratique moyenne à l'intérieur de la cavité.

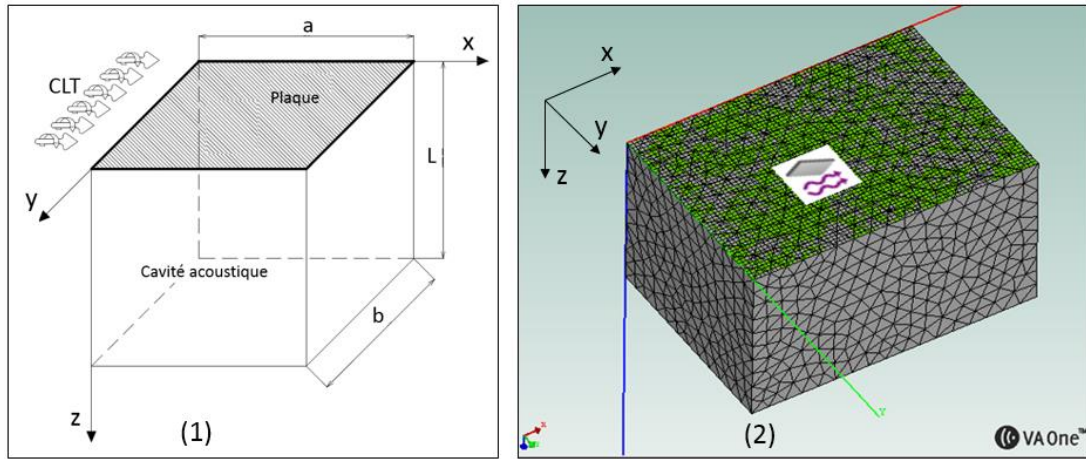


Figure 3.49 (1) Schéma du problème étudié — (2) Modèle FEM correspondant sous VAOne

On exprime les équations couplées du système en notation matricielle. D'après [34] L'équation matricielle peut s'écrire :

$$\begin{pmatrix} K - \omega^2 M & C \\ C^T & \frac{H_F}{\omega^2} - Q_F \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{turb} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.57)$$

avec K la matrice de raideur de la structure, C la matrice de couplage entre le fluide et la structure, M la matrice de masse, u le déplacement et p la pression acoustique.

H_F et Q_F désignent la matrice d'énergie cinétique et la matrice d'énergie de compression, respectivement.

Avec l'hypothèse de l'orthogonalité des modes propres, les matrices C , M , K et Q sont diagonales et les éléments diagonaux sont donnés par :

$$M_{mn} = \int_S \mu \varphi_{mn}^2 dS = \mu \frac{ab}{4}. \quad (3.58)$$

$$K_{mn} = \bar{\omega}_{mn}^2 M_{mn} = \frac{\pi^2 \bar{D}}{4} \left(m^4 \frac{b}{a^3} + n^4 \frac{a}{b} + 2 \frac{m^2 n^2}{ab} \right). \quad (3.59)$$

$$H_{F_pql} = \frac{\pi^2}{\rho_c} \left(\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} + \frac{l^2}{L^2} \right). \quad (3.60)$$

$$Q_{F_pql} = \frac{1 - j\eta_{cav}}{\rho_0 c_0^2}. \quad (3.61)$$

C est la matrice de couplage fluide structure. Étant donné que la plaque est simplement supportée sur ses bords, les termes de couplage entre la plaque et la cavité sont données par :

$$\begin{aligned} C_{mnpql} &= \int_S \Psi_{pql}(x, y, z=0) \phi_{mn}(x, y) dS \\ &= \int_0^a \cos\left(\frac{p\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) dx \cdot \int_0^b \cos\left(\frac{q\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy, \end{aligned} \quad (3.62)$$

avec Ψ_{pql} est la déformée propre du mode (p, q, l) de la cavité.

$$\Psi_{lpql} = \cos\left(\frac{p\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{b}y\right) \cos\left(\frac{l\pi}{L}z\right). \quad (3.63)$$

À l'aide des propriétés des matrices par bloc, on peut simplifier l'écriture de C . Les détails de ces développements sont dans l'annexe B.

À partir du système (3.58) on peut exprimer p en fonction de u :

$$\{p\} = - \left[\frac{H_F}{\omega^2} - Q \right]^{-1} C^T \{u\} \quad (3.64)$$

On peut réécrire le système d'équation

$$(K - \omega^2 M + j\omega Z_{cav})u = P_{turb}, \quad (3.65)$$

où Z_{cav} l'impédance de la cavité qui s'écrit $Z_{cav} = \frac{j}{\omega} C \left[\frac{H_F}{\omega^2} - Q \right]^{-1} C^T$.

Après inversion on obtient u on obtient :

$$\{u\} = [A] \{P_{turb}\}, \quad (3.66)$$

où $[A] = (K - \omega^2 M + j\omega Z_{cav})^{-1}$.

Ici, P_{turb} désigne la pression due à la couche limite turbulente. Avec cette expression (3.67), on peut déterminer la puissance acoustique rayonnée dans la cavité ou le niveau de pression acoustique.

Mais, nous n'avons pas accès à P_{turb} car on a seulement la densité interspectrale de pression pariétale ce qui rend le calcul moins évident. Donc pour simplifier le problème, on reprend le cas d'une plaque couplée à une cavité et excitée par une force ponctuelle puis on remplace le terme de la force par l'expression de la force modale générée par la méthode FEM déterministe (section 3.3.2) suite à l'excitation de la même plaque par couche limite turbulente.

On écrit un script qui calcule la réponse d'un système plaque-cavité excité par force ponctuelle puis on remplace le terme de l'excitation par la force modale déterministe généré par notre code FEM déterministe en effectuant les changements nécessaires. On modélise ce système sous-VAOne (figure 3.49) en respectant les mêmes critères dans la section 3.3.3 pour la plaque et en effectuant un maillage de longueur d'élément égal à 20 mm pour la cavité. La plaque est excitée avec la même excitation de 3.1.2 et en prenant U_{e2} comme vitesse libre d'écoulement. La figure 3.50 présente le résultat analytique de la pression quadratique moyenne à l'intérieur de la cavité comparé à celui de VAOne montrant un bon accord entre les deux. Les écarts peuvent être diminués avec des corrections pseudo-statiques [34] dans un modèle FEM du problème couplé.

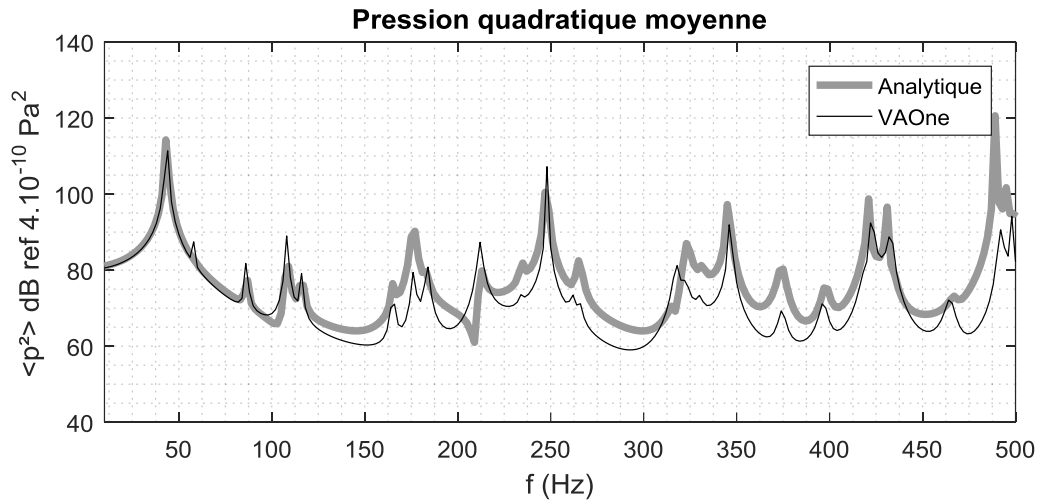


Figure 3.50 Pression quadratique moyenne à l'intérieur de la cavité
Gris clair: Calcul analytique, Noir: VAOne FEM.

Chapitre 4

Validation expérimentale de la réponse vibroacoustique d'un panneau simplement appuyé et excité par CLT

4.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Mansour Jenzri : Étudiant à la maîtrise, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Olivier Robin : Professionnel de recherche, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de génie mécanique, GAUS.
- Nouredine Atalla : Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de génie mécanique, GAUS.

Date de soumission : 18 Décembre 2018

Revue : Noise Control Engineering Journal (NCEJ)

Titre français : Vibration et puissance acoustique rayonnée d'un panneau simplement supporté excité par une excitation de couche limite turbulente à faible nombre de Mach

Contribution au mémoire :

Cette étude vise à valider expérimentalement les résultats obtenus analytiquement et validés numériquement (objet du chapitre précédent) pour étudier la réponse vibroacoustique d'une plaque simplement appuyée sur ses bords et excitée par une couche limite turbulente subsonique à faible vitesse d'écoulement. Les tests expérimentaux vont permettre de s'assurer sur la validité et la fiabilité des approches établies analytiquement, des codes programmés ainsi que des codes commerciaux pour étudier la réponse des structures sous excitation aléatoire, notamment la CLT. La validation expérimentale va permettre de se référer et se fier aux outils numériques de prédiction vibroacoustique pour des cas plus complexes sous ce genre d'excitation aléatoire.

Résumé en français :

Cet article étudie le comportement vibroacoustique d'un panneau avec des conditions aux limites simplement supportées par mesures de son et de vibrations sous une excitation de couche limite turbulente. L'objectif de ces mesures est de fournir des cas de validation contrôlés pour les calculs numériques à basse fréquence et à faible régime de vitesse d'écoulement. Cet article présente les résultats obtenus pour les mesures en soufflerie anéchoïque de vibrations et de puissance acoustique rayonnée. Une excitation mécanique déterministe (shaker) et une excitation aléatoire (TBL) sont considérées et les résultats sont comparés aux prédictions théoriques. Les résultats préliminaires concernant l'efficacité du rayonnement mesurée sous les deux excitations sont enfin discutés brièvement.

Paper submitted to Noise Control Engineering Journal

Vibration of and radiated acoustic power from a simply-supported panel excited by a turbulent boundary layer excitation at low Mach number

Abstract:

The general context of this study is to perform cross-validation of analytical and numerical calculations of vibroacoustic response of panels under a turbulent boundary layer excitation. This paper focuses on the specific case of a rectangular aluminum panel with controlled simply-supported boundary conditions, and tested in a low-speed anechoic wind-tunnel (Mach number ≤ 0.12). An underlying goal is to setup a microphone array for directly estimating the radiated sound power from the panel. The vibration of and radiated sound power from the panel are first estimated under a shaker mechanical excitation so as to verify agreement with theoretical calculations and the relevance of the proposed shoebox-shaped microphone array. Similar measurements are then conducted under a turbulent boundary layer excitation. Finally, estimated radiation efficiencies under mechanical and turbulent excitations are compared to predictions.

Primary subject classification: structural acoustics; Secondary subject classification: structure under flow excitation

4.2 Introduction

The vibration and sound radiation of flexible structures under a turbulent boundary layer (TBL) excitation have been studied for decades with various applications and scales ranging from cars to aircrafts as well as vessels and submarines [51], [52]. Whatever the considered problem, the literature remarkably records very few experimental results (especially concerning radiated sound power) in comparison with a great majority of publications reporting results of numerical calculations that are consequently seldom validated. When focusing into aeronautical or automotive applications, pioneering experimental works in the 60s including the one of Maestrello [53] are summarized in Bies' report [54] with panels of different materials, dimensions and thicknesses. They were all tested in wind-tunnel with variable Mach numbers (0.07 to 0.64). In [53], [54], the tested panels were all mounted in the test section of an acoustically quieted air duct which was enclosed in a reverberant room made of concrete. Sound pressure measurement together with the measurement of the room damping loss factor allowed calculation of the radiated sound power in third octave bands. Similar setups were used [55] until more recent studies (i.e. later to year two thousand). The estimation of radiated sound power using sound intensity mapping was considered in [56] for a car window under flow speeds up to 40 m/s in an anechoic wind tunnel. A similar approach relying on scanning was tested in [57] for testing plates with and without stiffeners in an anechoic wind-tunnel now with flow speeds comprised between 60 and 86 m/s.

Approaches based on sound pressure measurement have also been tested, usually in cavities installed at the back of the TBL-excited plates. A first example concerns aluminum plates of different thicknesses but same area tested in an anechoic wind tunnel at a free-flow velocity of 45 m/s [33]. As in [53], [54], the sound pressure field measured at several microphones placed into the walls of the cavity is found to be directly dependent on the flow speed and the plate thickness, but is also highly dependent on the cavity volume and shape which greatly influence level and distribution of sound pressure. In [58], a single microphone was installed in an acoustically treated cavity for comparing measured sound pressure levels with numerical predictions for a plate under a turbulent flow with different perimeter seals. Another study was reported in [59] for a plate with two bluff bodies, a side mirror and a flat fence. A fully CFD simulated excitation field was used to predict the vibration and acoustic response of the plate and compared with experiments; but the comparison for the acoustic field was not conclusive since only one single microphone was used to capture the radiated acoustic field in the backing cavity.

The general context of this study is to perform cross-validation of analytical and numerical calculations of vibroacoustic response of panels under a TBL excitation. Models relying on

the Finite Element Method and Statistical Energy Analysis are of interest, as well as commercial codes like VA-One. This paper focuses on the specific case of a rectangular aluminum panel with controlled simply-supported boundary conditions, and tested in a low-speed (Mach number ≤ 0.12) anechoic wind-tunnel. An underlying goal of this specific study is to setup a microphone array for directly estimating the radiated sound power from the panel when excited by a TBL or a mechanical excitation. The vibration of and radiated sound power from the panel are first estimated under a shaker mechanical excitation so as to verify agreement with theoretical calculations and the relevance of the proposed shoe-box shaped microphone array. After this first validation step, measurements are conducted under TBL excitation. Finally, obtained experimental radiation efficiencies under mechanical and turbulent excitations are compared to predictions.

4.3 Numerical modelling

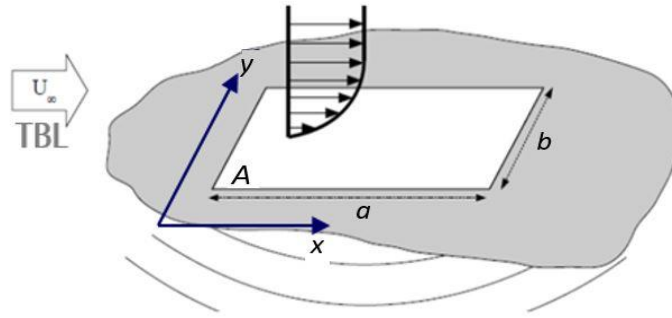


Figure 4.1 Schematic description of the problem under study

The problem under study is depicted in figure 4.1. A thin plate of length a , width b and thickness h is inserted into a baffle, and submitted to a TBL excitation of free-flow speed U_∞ in direction x . The displacement $w(x, y, t)$ at any point of the plate under a given parietal pressure field $P(x, y, t)$ can be calculated following the equation

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + M \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = P(x, y, t), \quad (4.1)$$

where D is the flexural rigidity ($D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, with E the Young's modulus, and ν the Poisson coefficient), M is the mass per unit area ($M = \rho h$, with ρ the mass density).

The panel vibration response might also be calculated using an integral approach, and the vibration velocity is now given by

$$v(x, y, \omega) = \int_S G_s(x, y, x', y', \omega) P(x, y, \omega) dS, \quad (4.2)$$

with

$$G_s(x, y, x', y', \omega) = \sum_{m,n} i\omega \frac{\varphi_{mn}(x, y) \varphi_{mn}(x', y')}{M_{mn} Z_{mn}}. \quad (4.3)$$

In Eq. (3), $Z_{mn} = \omega_{mn}^2 - \omega^2 + i\eta\omega\omega_{mn}$ is the modal impedance, M_{mn} is the modal mass, φ_{mn} is the mode shape and m, n are the modal indices.

In the case of a panel with simply-supported boundary conditions, the natural frequencies (or eigenfrequencies) are given by the relation

$$f_{mn} = \frac{\omega_{mn}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{M} \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right)}. \quad (4.4)$$

The mode shapes (or eigenfunctions) are a simple product of sine functions and given by

$$\varphi_{mn} = \sin\left(\frac{mx}{a}\right) \times \sin\left(\frac{ny}{b}\right). \quad (4.5)$$

The injected power in the panel by the parietal pressure field can be written

$$\Pi_{inj} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\iint_S P(x, y, \omega) G_s^*(x, y, x', y') P^*(x', y', \omega) dS dS' \right). \quad (4.6)$$

For a turbulent boundary layer excitation, which is a random excitation, a cross-spectral wall pressure density has to be defined and given by

$$\langle P(x, y, \omega), P^*(x', y', \omega) \rangle = S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) \psi(x, y, x', y', \omega), \quad (4.7)$$

where $S_p(\omega)$ is the autospectrum of parietal pressure (determined experimentally) and $\psi(x, y, x', y', \omega)$ is the space correlation function defined using Cockburn-Robertson [8] model (see end of this section).

The injected power now becomes :

$$\begin{aligned}\Pi_{inj} &= \frac{1}{2} S_p(\omega) \operatorname{Re} \left(\sum_{m,n} \iint_S \psi(x, y, x', y', \omega) \left(i\omega \frac{\varphi_{mn}(x, y) \varphi_{mn}(x', y')}{M_{mn} Z_{mn}} \right) dS dS' \right) \\ &= \frac{A^2}{8} S_p(\omega) \sum_{m,n} \eta M \omega \frac{\omega_{mn}^2 J_{mn}^2}{|Z_{mn}|^2 M_{mn}^2}.\end{aligned}\quad (4.8)$$

with J_{mn}^2 is the joint-acceptance, a parameter indicating coherence between the vibration modes of the structure and the spatial distribution of the excitation (following equation 4.5 the modal mass $M_{mn} = \frac{MA}{4}$ with $A = ab$ the plate area). The Joint-acceptance is defined as :

$$J_{mn}^2 = \frac{1}{A^2} \iint_S \varphi_{mn}(x, y) \psi(x, y, x', y') \varphi_{mn}(x', y') dS dS'. \quad (4.9)$$

Using equations (4.2), (4.3) and (4.9), the mean vibration velocity autospectrum over the panel area, i.e. the mean quadratic velocity is finally calculated following

$$\langle V^2 \rangle = S_{vv}(\omega) = \frac{A^2}{8} S_p(\omega) \sum_{m,n} \omega^2 \frac{J_{mn}^2}{|Z_{mn}|^2 M_{mn}^2}. \quad (4.10)$$

Similarly the sound power radiated by the panel in a rigid baffle, is given by :

$$\Pi_{rad} = \frac{A^2 S_p(\omega) \omega^2}{2} \sum_{m,n} \frac{R_{mnmn} J_{mn}^2}{M_{mn}^2 |Z_{mn}|^2}, \quad (4.11)$$

where $R_{mnmn} = \rho_0 c_0 \sigma_{mnmn}$ is the modal radiation resistance, and the terms σ_{mnmn} (modal radiation efficiencies) are calculated following Leppington approach [46].

The sound radiation efficiency is finally given by the relation

$$\sigma_{rad} = \frac{\Pi_{rad}}{A \rho_0 c_0 \langle V^2 \rangle}. \quad (4.12)$$

For calculations under flow excitation, several analytical models of the TBL excitation can be considered like the Corcos [3] model or the Cockburn and Robertson model [8]. The cross-spectral density of these models is simply written as the product of four functions

(one, $S_p(\omega)$, describing the amplitude, two describing spatial correlation and one describing time propagation):

$$S_{pp}(\omega, r_x, r_y) = S_p(\omega) \cdot \gamma_x(r_x, \omega) \cdot \gamma_y(r_y, \omega) e^{\left(\frac{-i\omega r_x}{U_c}\right)}. \quad (4.13)$$

In Eq. (4.13) are functions description correlation (or coherence) along x and y directions (that include decay coefficients α_x and α_y), and the last term describes time propagation along the flow direction. U_c is the convection speed, defined as a fraction of the free flow speed U_∞ ($U_c = \beta U_\infty$), and $r_x = x - x'$ and $r_y = y - y'$ are the separations between two points on the panel's surface with (x, x') and (y, y') coordinates, respectively. In Corcos [3] and Cockburn-Robertson models [8], longitudinal and transverse effects of the flow are separated while the Mellen model consider them coupled [60]. These three models provide equivalent results in the low-wavenumber domain but different estimates at the convective peak. The typical range of values for decay coefficients in the case of smooth rigid walls are $\alpha_x = 0.1 - 0.12$ and $\alpha_y = 0.7 - 1.2$ [61]. In this paper, experimental values of α_x , α_y and β obtained using a dedicated procedure are used (see Section 3), and injected into the Corcos model for analytical predictions.

4.4 Experimental methods in wind-tunnel facility

The panel under study has controlled simply-supported boundary conditions along its four edges obtained using a dedicated procedure and setup [62]. The geometrical and mechanical properties of the panel are reported in Table 1. A value of 0.95 % for the average structural loss factor was determined following the -3dB method on the ten first vibration modes. Figure 4.2 reports the result of a frequency response function (FRF) measurement made prior the panel installation into the wind tunnel. The measurement point is the panel's center, and the FRF is obtained using a single accelerometer and an instrumented impact hammer (the FRF is thus presented in terms of acceleration upon force). The comparison provided in Figure 4.2 with an analytical calculation shows very good agreement.

Tableau 4.1 Characteristics of the panel under consideration

Parameter (symbol), Unit	Value
Young's modulus (E), GPa	70
Poisson's ratio (ν)	0.3
Length (a), mm	600
Width (b), mm	525
Thickness (h), mm	2.4
Mass density (ρ), kg/m ³	2700

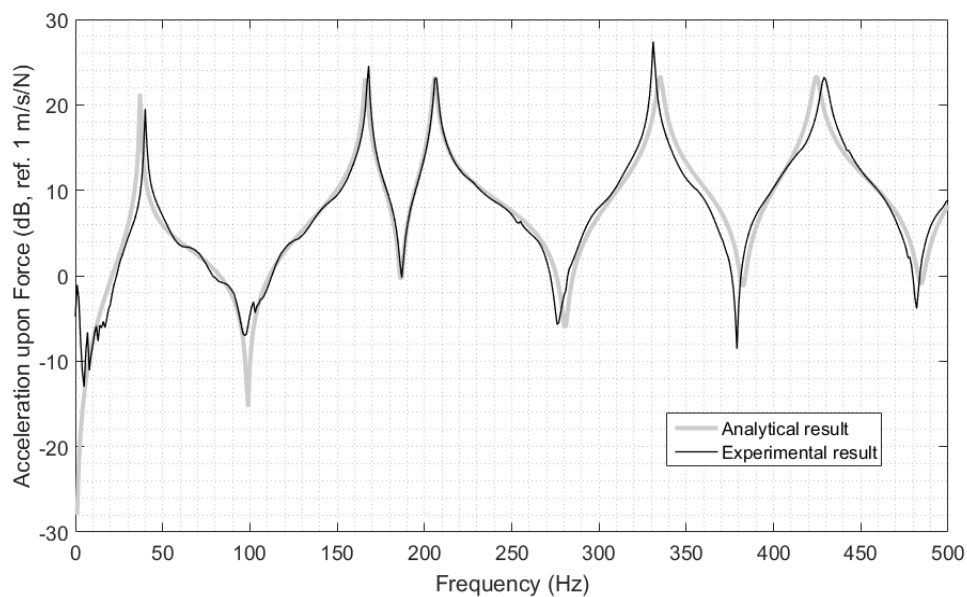


Figure 4.2 Acceleration upon force at the panel's center: measurement vs analytical result

The considered TBL excitation in this study is obtained in a low-speed anechoic wind tunnel at Université de Sherbrooke. A $1.22 \times 2.44 \text{ m}^2$ rigid panel made of medium density fiberboard of 0.019 m thickness is mounted in the anechoic wind tunnel at the end of the convergent. In order to help the TBL excitation develop, a sandpaper strip is glued at the intersection of the convergent and of the panel (which also removes any discontinuity). The considered case is thus a zero-pressure-gradient TBL developing over a flat plate with a free-flow velocity of and 40 m/s. Figure 4 describes the general setup. The panel is decoupled from the baffle (no mechanical link exists between them) and is positioned on its own supporting stand (on which sound absorbing material is placed so as to limit possible sound reflections). The measurement space below the panel under test is acoustically treated using rigid tiles made of perlite-felt mix and backed by panels of

compressed glass wool of 1 in. thick glass wool. The floor of the measurement space is opened towards the anechoic room.

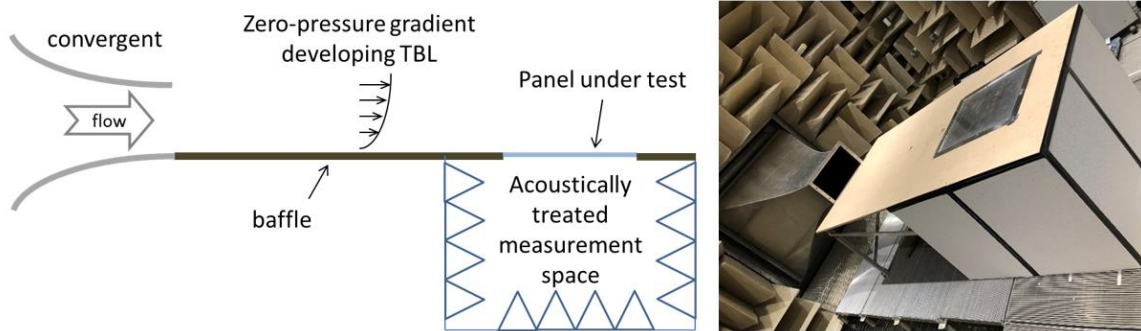


Figure 4.3 (Left) Schematic description of the experimental setup – (Right) Picture of the panel installed in the anechoic wind-tunnel

In [63], a precise characterization of the flow characteristics was conducted in the same wind tunnel with a strictly similar setup (i.e. identical position from the wind-tunnel convergent, same flow speed and environmental conditions). The wall-pressure fluctuations of the turbulent flow generated over the baffle were measured with a flush-mounted microphone array. The decay rates and the convection velocity, which mainly characterize the excitation (see section 4.3), were all extracted as a function of frequency from these measurements following the least squares method. The results of this identification are reported in Figure 4.4 and were used for all the calculations presented hereinafter. As already noticed in the literature, the convective constant and decay rates values tend to decrease with increasing frequency. Note that the measured values are slightly larger than the one reported in the literature.

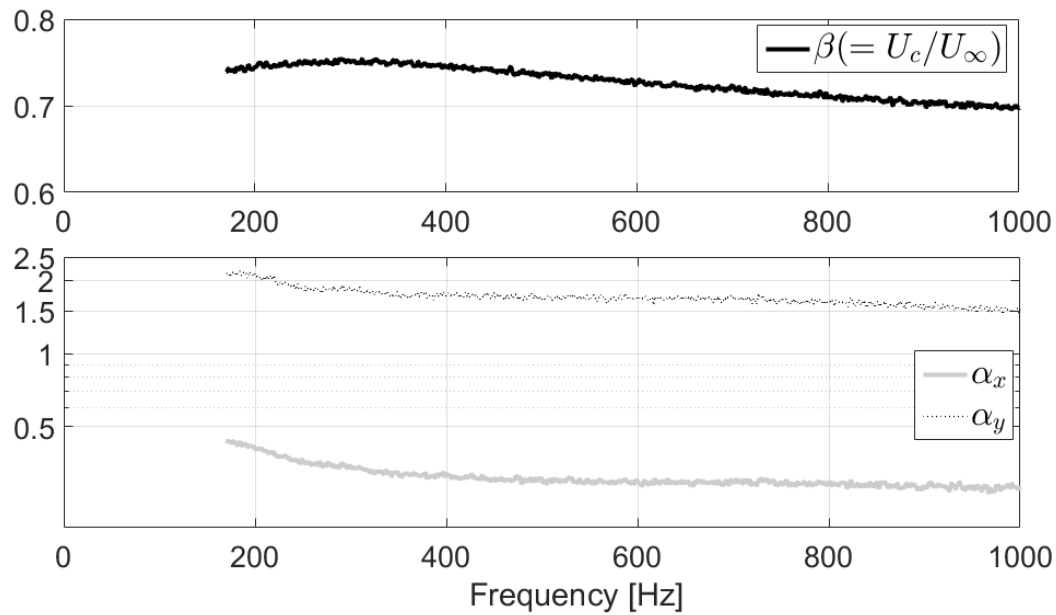


Figure 4.4 (upper part) Estimated values of the β parameter, which is the fraction between the convection velocity and the free flow velocity – (lower part) Estimated values of the α_x and α_y decay rates - Adapted from [63].

For measurements under mechanical excitation, a shaker was vertically installed above the panel (see Figure 4.5). Vibration measurements were made using a set of five mono-axis low weight accelerometers so as to limit the added mass (approximately 15 g total added mass per measurement, including cables). A measurement grid was established as follows: four sets of five points are defined (A1-5, B1-5, C1-5 and D1-5) and the average quadratic velocity $\langle V^2 \rangle$ is finally calculated using 20 discrete measurement points. Table 4.2 reports the coordinates of the measurement points (given in mm).

Tableau 4.2 Coordinates of vibration measurement points

	A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5	D1	D2	D3	D4	D5
x	60	192	185	275	515	78	158	388	370	528	469	412	298	75	165	86	157	430	515	283
y	282	468	105	214	392	455	255	407	80	244	475	296	193	121	390	370	195	203	93	446



Figure 4.5 Shaker and vibration measurements – (left) Shaker positioned above the installed panel – (middle) View of the installed panel on its supporting stand below the baffle – (right) Position of the vibration measurements points on the panel.

A first attempt to determine the radiated sound power was made using a sound intensity probe and continuous manual scanning over 60 seconds (close to the work conducted in [56] relying on a point-to-point measurement). Compared with simulation results, the radiated sound power levels at vibration modes was overall not well captured, at the exception of the very first vibration modes (see Figure 6). Even calculations using a 100 Hz moving-average or third octave band did not improve results. This was explained by the fact that the excitation was not strictly stationary but slightly variable. Such kind of continuous scanning sound intensity measurement was finally not suited and discarded (point-to-point consecutive scanning using a robot was not possible for congestion reasons due to space restrictions).

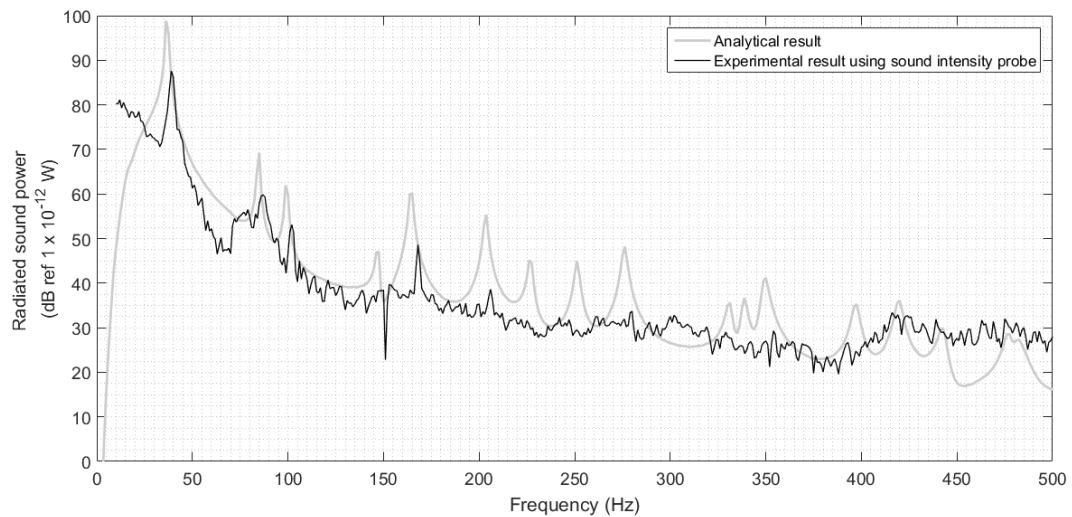


Figure 4.6 Comparison of analytical radiated sound power and measured radiated sound power with a sound intensity probe.

The setup of a microphone array following ISO3744 standard [64] was thus considered. A 48-microphone array with microphones placed along a parallelepiped measurement surface was developed (see Figure 4.7). The elemental surface for each microphone is 0.0135 m^2 . No correction for background noise was included given the high level difference between noise floor and sound pressure level during measurements (see Section 4.5). The calculation of sound pressure level averaged over the measurement surface and sound power level were made accordingly to ISO3744 standard. No corrections for background noise and for the test environment were taken into account (the level difference between noise floor and sound pressure levels of measurements is reported in Section 4.5).

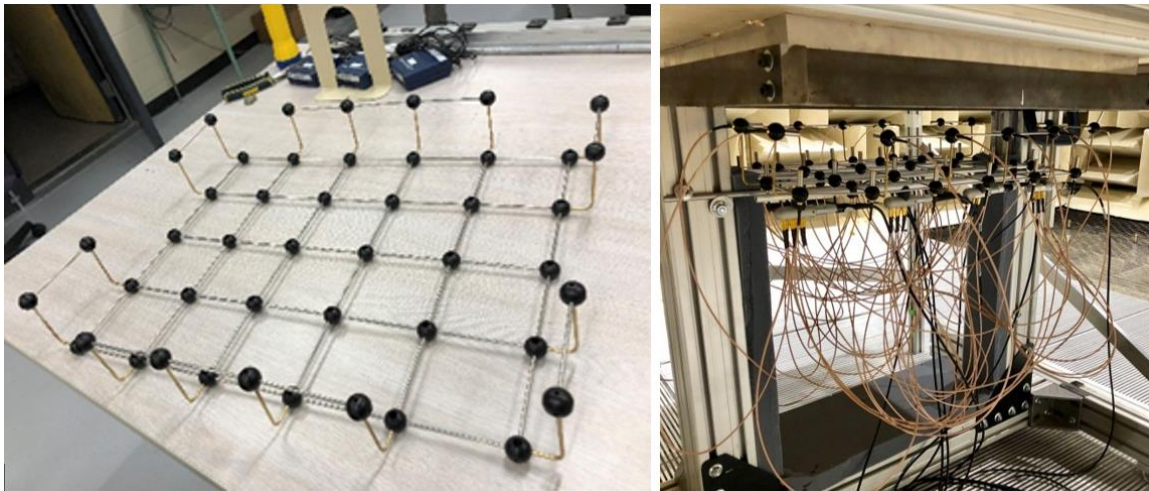


Figure 4.7 (left) Grid setup for the positioning of microphones along a parallelepiped surface prior installation – (right) Microphone array positioned below the panel before the acoustically treated measurement space is installed.

4.5 Experimental results

4.5.1 Vibration and radiated sound power under mechanical excitation

A force-acceleration sensor was placed at the shaker mounting point, and was used for both monitoring the injected force and validating that the panel's response after being installed had not been modified (compared with the measurement result shown in Figure 4.2). Figure 4.8 reports the measurement result compared with the analytical calculation, indicating that the panel mounting has limited effect on the panel's vibration behavior. Figures 4.9 and 4.10 present a comparison between analytical calculations and experimental results for the mean quadratic velocity and for the radiated sound power, respectively. The agreement between them is satisfactory on the considered frequency

range. It proves first that the number of accelerometers used for obtaining the mean quadratic velocity is satisfactory (in terms of sufficient spatial sampling and negligible added mass). In addition the results show that the microphone array setup for directly estimating the radiated sound power provides a very satisfactory estimate, and therefore validates both the parallelepiped microphone array and also the environmental conditions. Indeed, standard ISO3744 [64] describes a measurement surface enveloping the source that lies on a reflecting plane in a space that is free of undesired sound reflections. A more critical point at low frequency is that standard also requires that the microphones be placed outside the near field of the sound source under test (a minimum distance value of 0.25 m is suggested). In the reported tests, the microphones had to be placed close to the panel (0.10 m distance), mainly for technical reasons. Nevertheless, the result shown in Figure 4.10 proves that the radiated sound power is well captured at and between structural resonances.

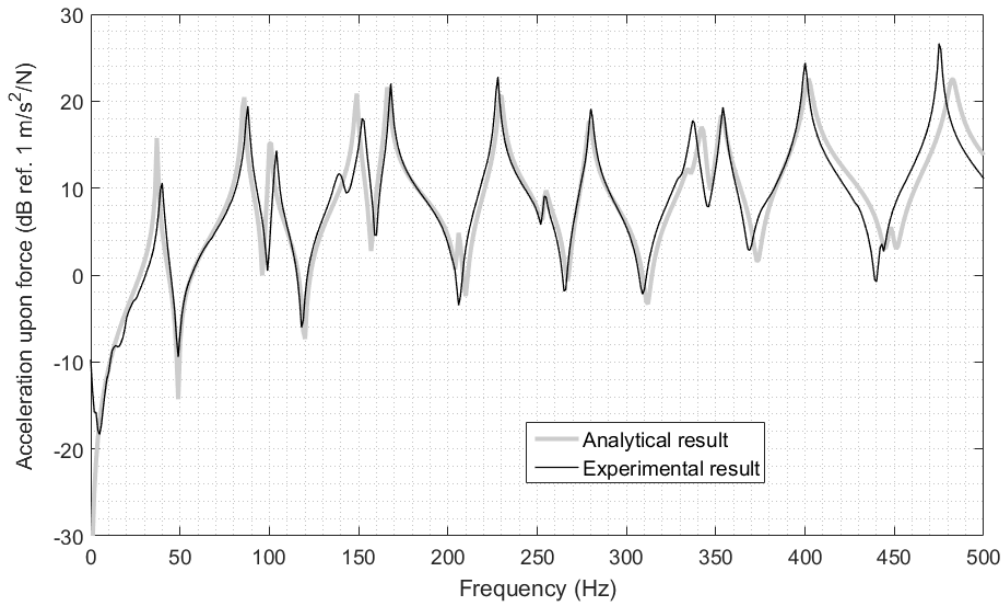


Figure 4.8 Acceleration upon force FRF measurement vs analytical calculation (measurement position is indicated in Figure 4.5)

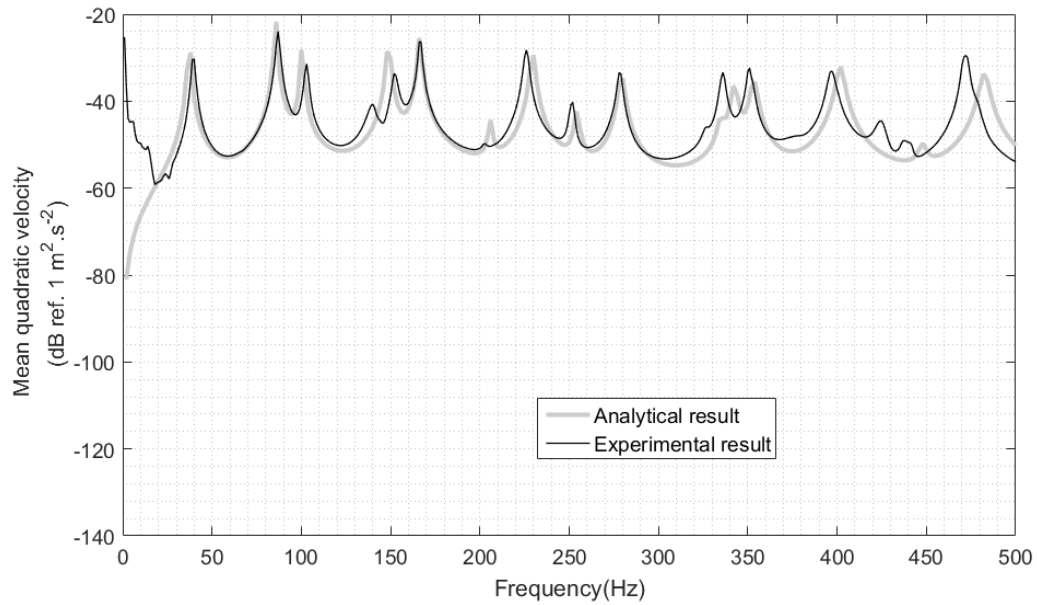


Figure 4.9 Mean quadratic velocity under shaker (point) excitation – Comparison of analytical and experimental results

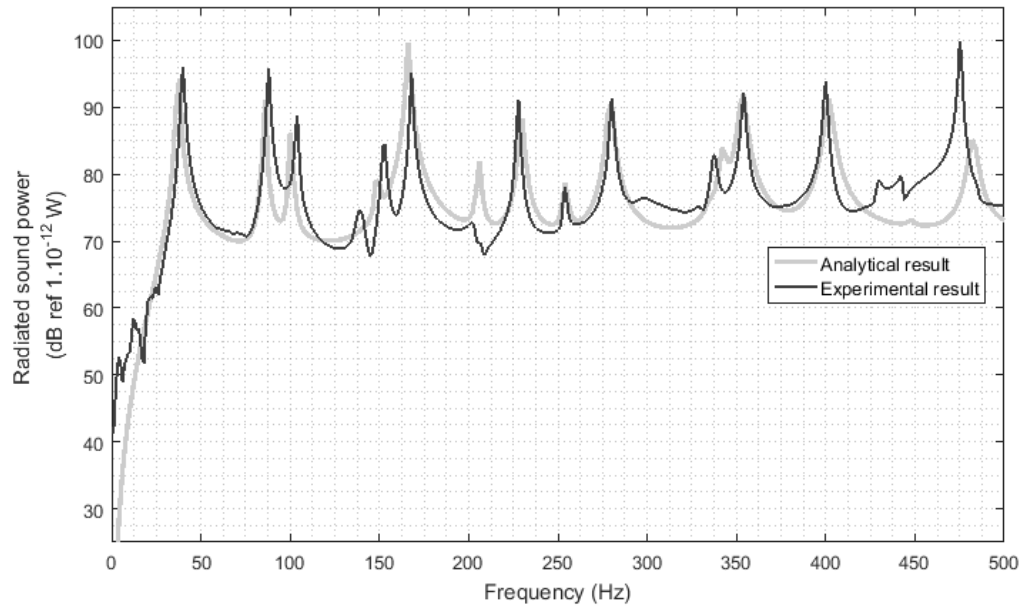


Figure 4.10 Radiated sound power under shaker (point) excitation - Comparison of analytical and experimental results.

4.5.2 Vibration and radiated sound power under TBL excitation

Following the validation step under a controlled mechanical excitation in the previous section, the same setup was used for measuring mean quadratic velocity and radiated sound power under a TBL excitation. As stated in sections 4.3 and 4.4, the excitation has been previously characterized using a dedicated method [63] and the extracted autospectrum, and decay rates has been used in analytical and numerical calculations. Figures 4.11 and 4.12 present a comparison between analytical calculations and experimental results for the mean quadratic velocity and for the radiated sound power under a TBL excitation, respectively. The agreement between analytical and measured mean quadratic velocity is very satisfactory. In the case of the radiated sound power, even if the overall trend is well captured, the measured radiated sound power indicates larger damping than predicted by theory. Given the used experimental setup, this can not be explained by a cavity effect as in [33]. Compared with other published works relying on sound intensity probe [57] or sound pressure measurements [33], the agreement between prediction and measurement is nevertheless very satisfactory.

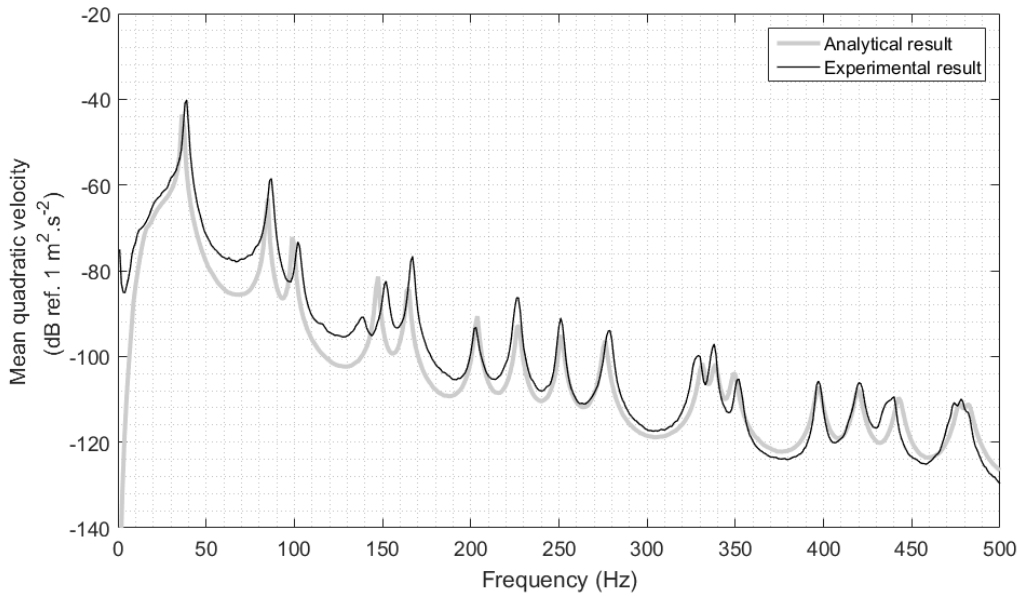


Figure 4.11 Mean quadratic velocity under TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results

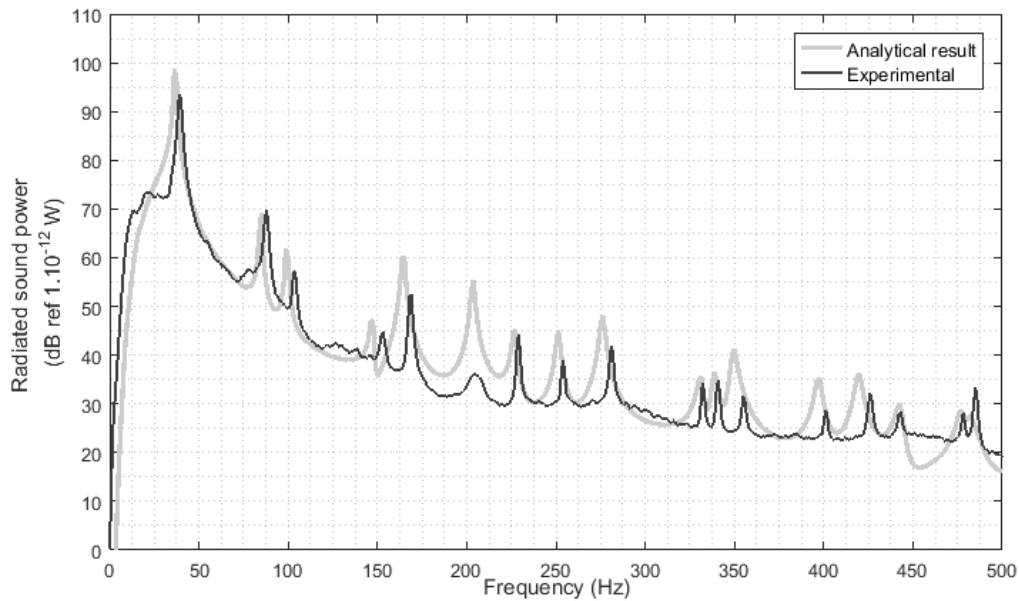


Figure 4.12 Radiated sound power under TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results.

4.5.3 Comparison of theoretical and measured radiation efficiency

Finally, the availability of both mean quadratic vibration velocity and radiated sound power allows calculating the radiation efficiency (see section 4.3) under both shaker and TBL excitations, which are reported in Figures 4.13. The analytical results are obtained following Eqs.(10, 12 and 13) and the calculation leads to radiation efficiencies that are nearly identical for both excitations. For the case of the shaker excitation, the comparison with experimentally obtained radiation efficiencies shows an overall acceptable agreement between the predicted trend and the measured one. When considering the TBL excitation, the radiation efficiency is lowered over the whole considered frequency range.

In [65], the radiated sound power by a simply-supported rectangular plate excited by a TBL excitation was numerically investigated, since it was observed in [57] by the same group of authors that increasing convection velocity '*may increase radiated sound power and mean square velocity of plates to different levels*'. In [65], it was first found that Leppington's formula for the modal averaged radiation efficiency was applicable only for lightly damped plates and small Mach number (which is the case in this study). A conclusion was then that convection increases the radiation efficiency compared with the case of a stationary acoustic medium on the excitation side (generally attributable to a critical frequency decrease), and that the increase in radiation efficiency is paired with flow speed (i.e. the larger the flow speed, the larger the increase of radiation efficiency).

The obtained results presented in Figure 14 tend to contradict this conclusion, but given the fact that only a single flow speed and a limited frequency band are considered, this result can not be verified here.

Several studies nevertheless indicate that structural response under a TBL excitation is composed of resonant modes radiating sound with low efficiency [61], [66]. Below the critical frequency, a panel under a diffuse acoustic field (DAF) excitation will show larger sound radiation levels than under a TBL excitation, and the TBL is considered less efficient than the DAF for exciting a panel [67], [68]. Indeed, when the convective wavenumber is larger than the flexural wavenumber (i.e. above the convective coincidence frequency), resonant modes are weakly excited by the acoustic part of the TBL excitation. The aerodynamic coincidence frequency f_c is defined as the frequency at which the flexural wavenumber k_f equals the convective wavenumber k_c . The flexural wavenumber is defined by $k_f = (\omega)^{1/2} \cdot (\rho h / D)^{1/4}$. The convective wavenumber k_c equals ω / U_c where U_c is the convection speed. Equating k_f and k_c provides the relationship for the aerodynamic coincidence frequency, expressed as $f_c = (U_c^2 / 2\pi) \cdot (\rho h / D)^{1/2}$. In the considered case, $f_c = 33.8$ Hz for $U_\infty = 40$ m/s (the acoustic coincidence frequency f_{ca} is obtained by replacing the convection velocity term by the speed of sound, which for a 340 m/s value gives $f_{ca} = 3975$ Hz).

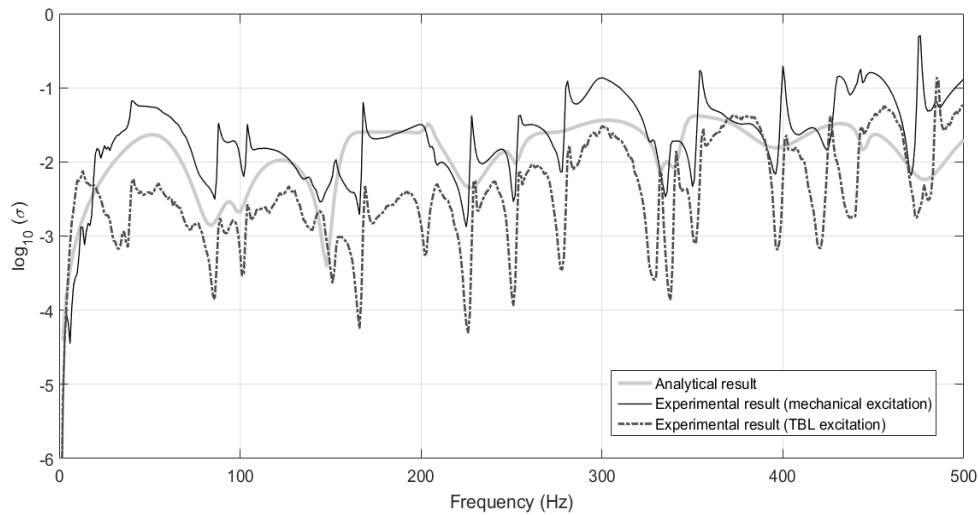


Figure 4.13 Radiation efficiency under shaker excitation and TBL excitation - Comparison of analytical and experimental results.

4.6 Conclusions

This paper reports results of vibration and radiated sound power measurements conducted on a rectangular aluminum panel with controlled simply-supported boundary conditions, tested in a low-speed (Mach number ≤ 0.12) anechoic wind-tunnel. The goal of these measurements is provide validations cases for analytical and numerical predictions.

The measurement setup has been carefully validated, from the panel's behavior to the setup of a microphone array for directly estimating the sound radiated power from the panel. The presented comparisons between analytical calculations and experimental results for the mean quadratic velocity and for the radiated sound power proved to be overall satisfactory for both excitations (i.e. point mechanical and turbulent boundary layer).

The next step of this work is a parametric study that will include variation of flow speed and of panel's structural damping on an extended frequency range.

Acknowledgments

The authors are grateful for the financial support of Consortium for Research and Innovation in Aerospace in Quebec (CRIAQ) and National Sciences and Engineering Research Council (NSERC).

Chapitre 5

Étude du comportement vibroacoustique d'une structure complexe sous excitation par une CLT

5.1 Introduction

Après avoir validé numériquement et expérimentalement le cas d'une plaque supportée sur ses bords et excitée par un écoulement turbulent, il semble intéressant de tester des structures complexes, notamment les structures raidies qui sont la base de la construction de fuselages d'avions. En effet, les fuselages sont généralement en aluminium ou en composite renforcé par des raidisseurs longitudinaux et transversaux tel qu'illustré dans la figure 5.1. Les raidisseurs peuvent être en métal, en aluminium, ou en composite.

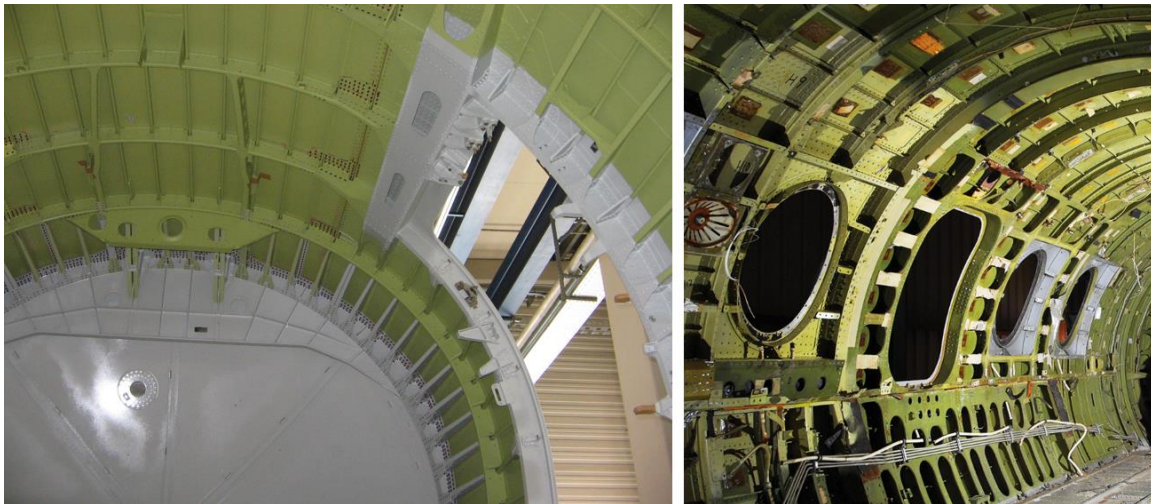


Figure 5.1 Photos de fuselages d'avions construits sous forme de structures raidies [69][70].

Ces raidisseurs peuvent être conçus sous forme de structure périodique (espacement régulier) ou/et non-périodique (espacement irrégulier). La modélisation analytique de ces structures raidies reste problématique. En effet seules les méthodes de discrétisation (FEM, BEM) sont capables de traiter la complexité de ces structures. Toutefois, elles sont lourdes à mettre en œuvre et coûteuses en temps de calcul.

On considère dans cette partie un panneau raidi (figure 5.2) en aluminium de dimensions 530 mm x 520 mm qui comporte quatre raidisseurs longitudinaux et deux transversaux. On crée un modèle CAD correspondant, on fait son analyse modale avec un code NASTRAN sous FEMAP afin de déterminer ses modes puis on examine sa réponse vibroacoustique avec VAOne suite à son excitation par couche limite turbulente. Cette

excitation simule l'excitation dont on dispose en soufflerie au labo (voir chapitre 4) donc l'autospectre de pression pariétale et les coefficients de décroissances spatiales mesurées sont implémentés dans VAOne.

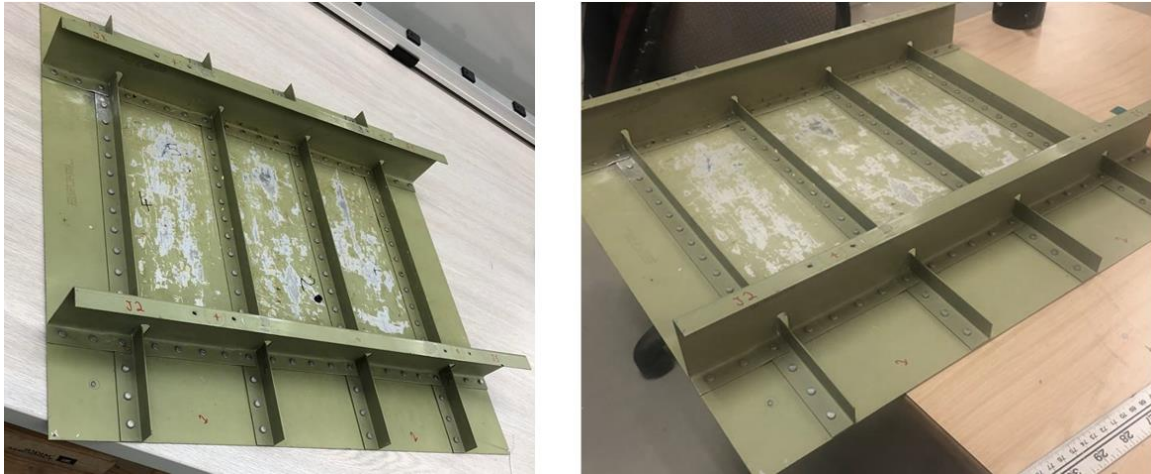


Figure 5.2 Photos du panneau raidi

5.2 Création du modèle CAD

À l'aide du logiciel CATIA, on crée le modèle CAD du panneau raidi.

Réellement, le panneau est fabriqué par assemblage riveté. Mais afin de simplifier le modèle et de rendre le maillage moins complexe, on ne tient pas compte des rivets lors de la conception et la modélisation. En outre, ces rivets ont des faibles contributions en masse et leur influence dans le comportement vibroacoustique est jugée négligeable.

La figure 5.3 illustre le modèle CAD avec le logiciel de CAO CATIA.

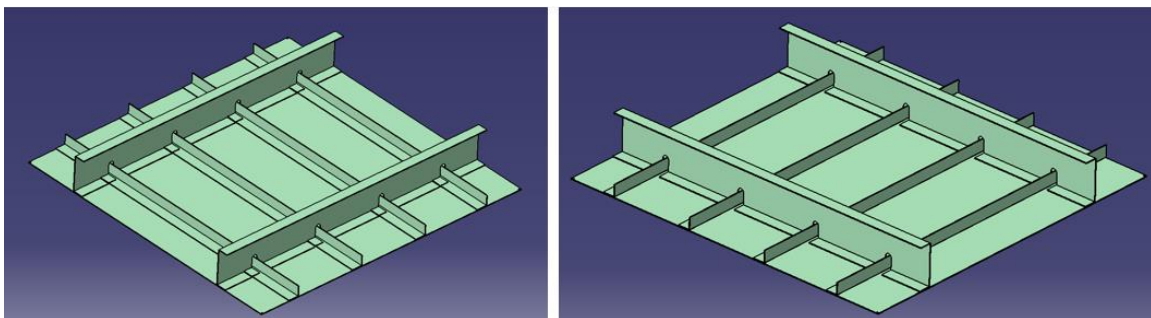


Figure 5.3 Modèle CAD du panneau raidi

La mise en plan du modèle CATIA qui détaille les dimensions géométriques du modèle est en annexe B.

Une fois le modèle CAD créé, on passe à la mise en œuvre du modèle FEM.

5.3 Création du modèle FEM

FEMAP offre la possibilité de l'importation de fichiers CAD créés par des logiciels de CAO.

Le panneau de fuselage est considéré comme une structure plane (son épaisseur est très faible par rapport à sa largeur et à sa longueur, donc puisqu'on traite des structures planes, l'hypothèse de Khirchoff-Love [45] est encore valide ce qui implique qu'on néglige le cisaillement transversal et la variation de l'épaisseur durant le mouvement.

Après avoir importé le modèle CAD, on procède à la création de surfaces médianes (figure 5.4) du modèle CAD solide puisqu'on modélise notre structure en coque (ou en anglais 'Shell'). La modélisation en 'Shell' présente l'avantage de nous offrir des résultats plus efficaces et entraîne des gains de temps de calcul considérables car elle permet de modéliser des entités minces avec moins d'éléments de maillage. Les éléments de coque sont également plus faciles à mailler et moins sujets aux erreurs jacobiniennes lors de l'utilisation de fonctions solides extrêmement fines [71].

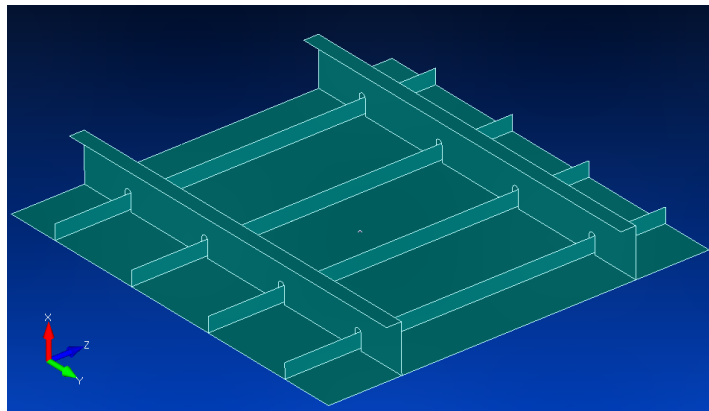


Figure 5.4 Création de surfaces médianes à partir du modèle CAD

Après la définition et la modélisation de la géométrie on procède à la définition du matériau, la création du maillage et les conditions aux limites.

Le panneau est de dimensions 530 mm x 520 mm et il est en aluminium possédant les propriétés présentées dans le tableau 5.1 :

Tableau 5.1 Propriétés du matériau du panneau de fuselage

E_{FP}	Module d'Young	70 GPa
ν_{FP}	Coefficient de poisson	0.3
ρ_{FP}	Masse volumique	2700 Kg/m ³

L'amortissement structural de ce panneau est une donnée qui nous manque donc on la mesure avec le pot vibrant lorsque le panneau est monté en soufflerie avant de l'exciter par couche limite turbulente en procédant à la méthode de -3 dB (ou la méthode de demi-puissance) [72][73] qui estime l'amortissement modal en basses fréquences.

Le maillage est effectué en éléments quadrilatères avec une longueur d'élément égale à 4.5 mm et le panneau est encastré sur ses bords. Le modèle FEM après le maillage est présenté dans la figure 5.5.

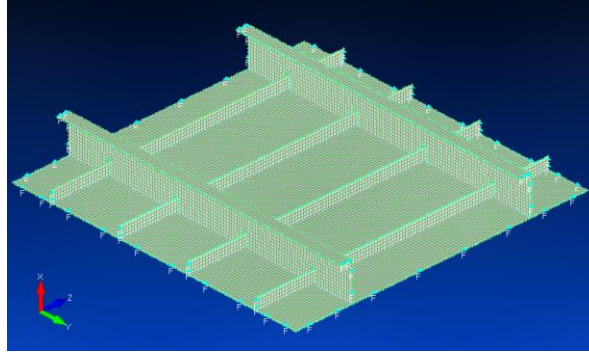


Figure 5.5 Modèle du panneau de fuselage après la création du maillage et la définition des conditions aux limites

Une fois que le modèle est prêt, à l'aide du solveur NX Nastran de FEMAP on effectue une analyse modale qui nous permet d'identifier les fréquences propres de la structure avant de l'exporter vers VAOne pour examiner sa réponse vibroacoustique sous couche limite turbulente.

5.4 Simulation du panneau de fuselage sous CLT sur VAOne

VAOne permet d'importer des modèles éléments finis créés par FEMAP et peut lire les résultats des résolutions NASTRAN correspondants donc on importe le modèle FEMAP avec ses fréquences propres. On excite la structure par couche limite turbulente avec un autospectre de pression pariétale égal à celui dont on dispose en soufflerie et avec les coefficients de décroissance spatiales correspondantes (la provenance de ces grandeurs est plus détaillée dans la validation expérimentale du panneau simplement supporté, voir chapitre 4). Avec VAOne, on met en œuvre la méthode couplée FEM-BEM afin d'obtenir les résultats vibroacoustiques qu'on cherche (vitesse vibratoire quadratique et puissance acoustique rayonnée). Au niveau simulation, ceci est traduit par un couplage des différentes faces de la structure avec un 'BEM' qui permet d'étudier le rayonnement.

5.4.1 Mesure d'amortissement avant la simulation :

Avant de lancer le calcul, une rectification de l'amortissement s'avère nécessaire. On réalise une mesure d'amortissement (ou 'damping') au vrai panneau comme le montre le montage expérimental pris en photo dans la figure 5.6.

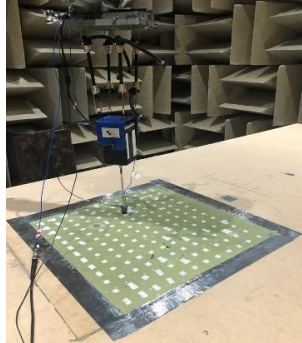


Figure 5.6 Montage pour la mesure de l'amortissement du panneau de fuselage

On récupère les fonctions de transfert (Accélération/Force) à partir de la plateforme logicielle de BK Connect par l'intermédiaire du système d'acquisition B&K auquel est branché le pot vibrant. Puis, on utilise un script Matlab mettant en œuvre la méthode de -3 dB et via une interface interactive en sélectionnant des pics significatifs dans la fonction de transfert qui nous permet de trouver l'amortissement structural (exemple dans la figure 5.7).

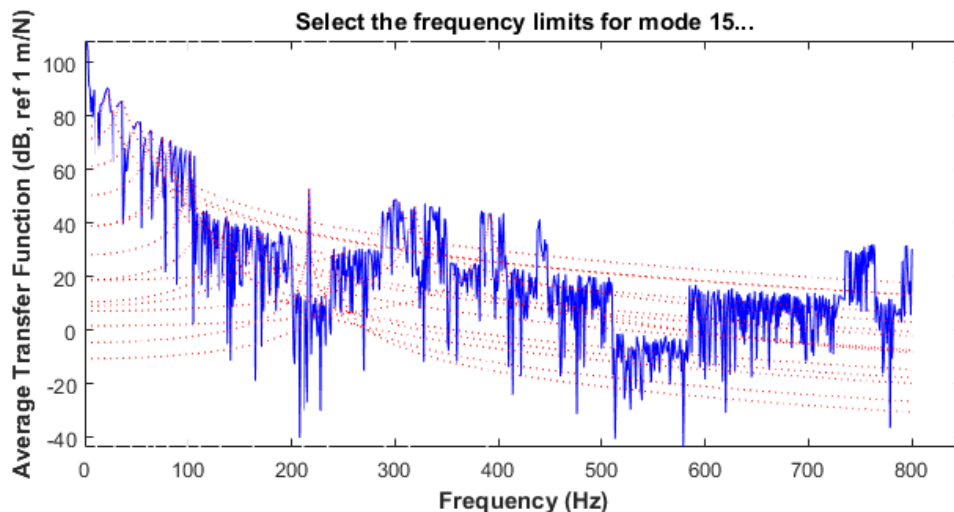


Figure 5.7 Interface de sélection des pics significatifs lors de la détermination de l'amortissement structural avec la méthode de -3 dB via les fonctions de transfert

Cette démarche effectuée sur les 20 premiers modes de la structure, nous permet de déterminer l'amortissement structural de notre panneau qui vaut : $\eta = 4,5\%$.

5.4.2 Modèle VAOne

Le modèle global sous VAOne est illustré dans la figure 5.8.

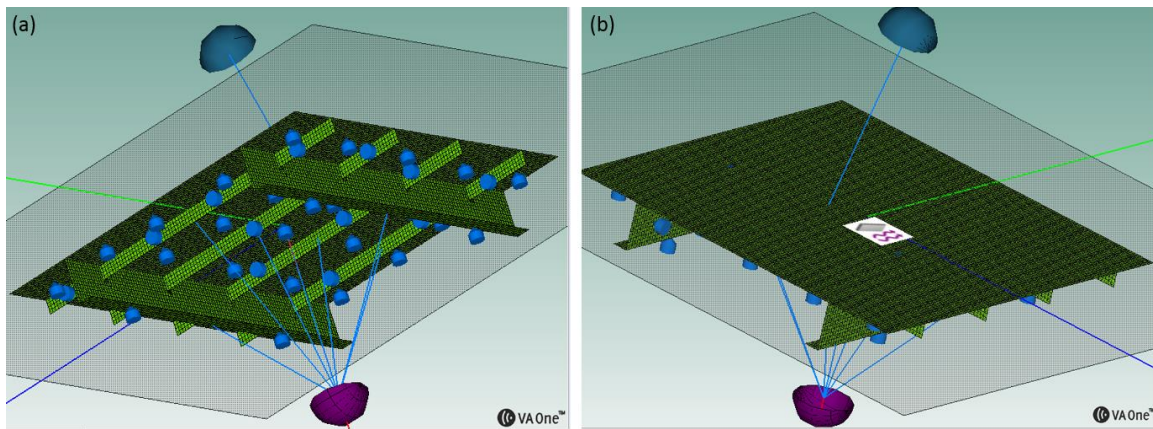


Figure 5.8 Modèle VAOne du panneau de fuselage en deux angles de vue
 (a) : vue montrant la face intérieure
 (b) vue montrant la face extérieure (face de l'excitation)

Dans le modèle, on met des capteurs ('sensors') dans des points ayant les mêmes coordonnées que les points de mesures par des accéléromètres lors des tests expérimentaux. On couple la surface extérieure (surface plane) avec un SIF (possibilité d'application de la méthode de Rayleigh pour les structures planes) et on couple la surface intérieure (incluant les lisses et les cadres) avec un BEM.

On effectue une simulation numérique permettant de calculer la réponse vibroacoustique de ce panneau sous couche limite turbulente puis on la compare avec les résultats expérimentaux.

En ce qui concerne les mesures, on met en place le même montage expérimental utilisé pour le panneau SSP ('Simply Supported Plate') ; on utilise le même réseau de microphones, et les mêmes réseaux d'accéléromètres. La seule différence concerne les conditions aux limites. En effet, le panneau de fuselage est encasturé sur ses bords alors que l'autre panneau est simplement appuyé. Le montage expérimental avec les différentes techniques utilisées et le post-traitement des données sont détaillés dans le chapitre 4 qui fait l'objet d'un article de journal scientifique. Le montage pour le panneau de fuselage est illustré dans la figure 5.9.



Figure 5.9 Photos du montage expérimental pour le panneau de fuselage
(Gauche et milieu) deux vues de l'extérieur — (Droite) vue au-dessous du panneau.

5.5 Résultats :

La figure 5.10 représente le résultat obtenu pour la vitesse quadratique moyenne et compare le résultat de simulation avec le résultat expérimental.

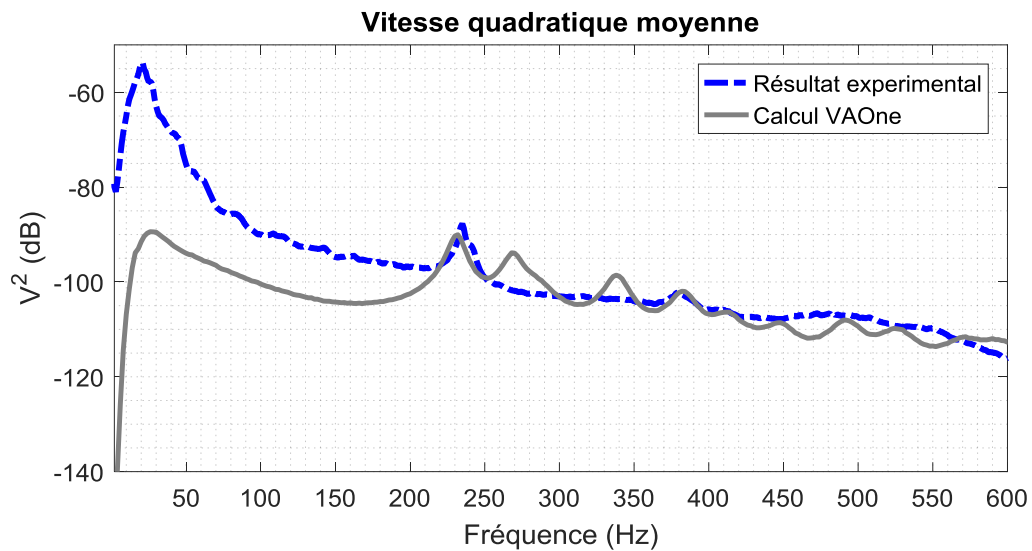


Figure 5.10 Vitesse quadratique moyenne (PSD dB, ref. $1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)
-- : Expérimental, — : VAOne

La figure 5.11 représente la puissance acoustique rayonnée et compare le résultat du calcul FEM-BEM avec le résultat expérimental.

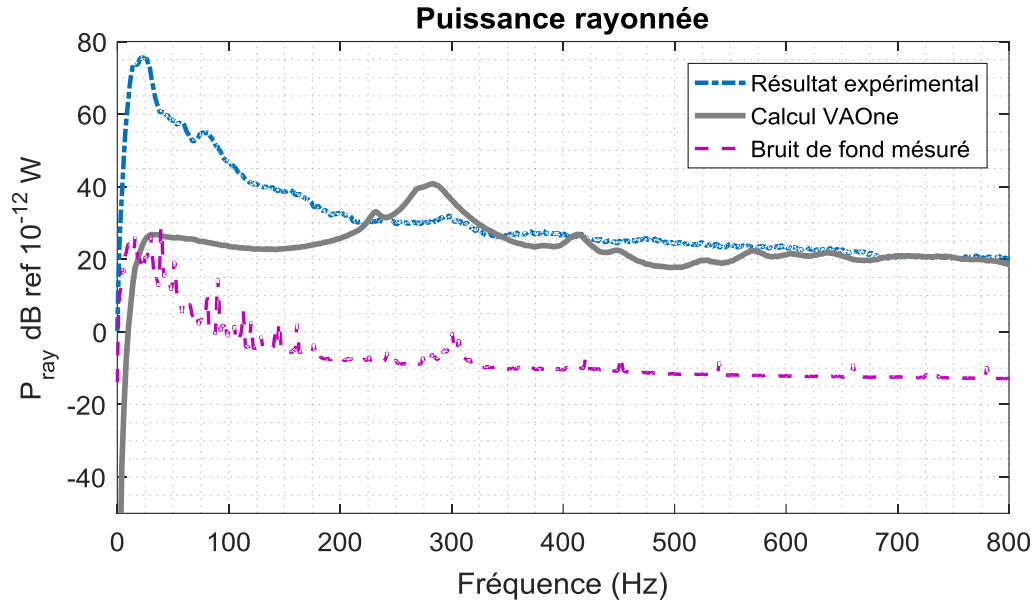


Figure 5.11 Puissance acoustique rayonnée (PSD dB, ref. 10^{-12} W)
 - . - : Résultat expérimental, — : Calcul VAOne, - - : Bruit de fond mesuré

La figure 5.11 nous rassure qu'on est au-delà du bruit de fond donc le résultat acoustique expérimental est bien physique.

La figure 5.10 nous montre qu'en excitant notre panneau de fuselage encastré sur ces bords, avec l'écoulement turbulent on arrive à exciter deux modes (282 Hz et 418 Hz) qui sont illustrés par leurs déformations obtenus par le calcul Nastran des modes propres de la structure dans la figure 5.12.

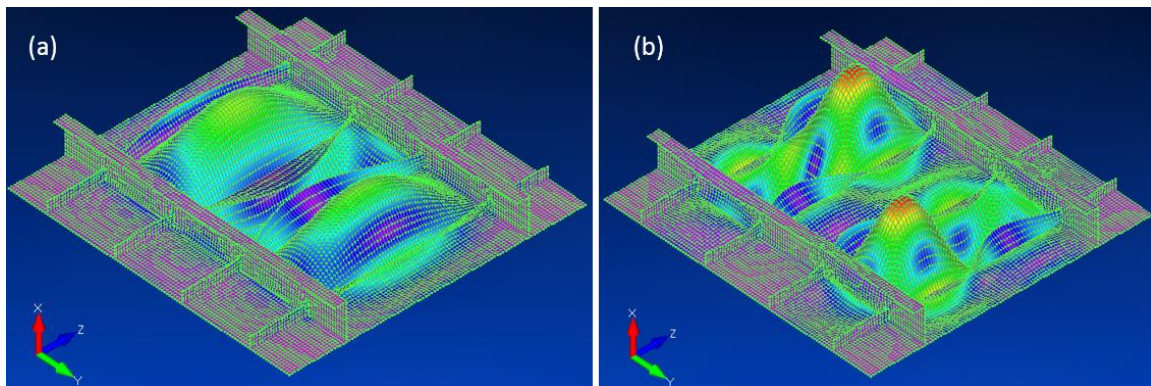


Figure 5.12 Visualisation des déformées pour les modes (a) à 282 Hz et (b) à 418 Hz

On peut affirmer dans ce cas que notre écoulement (de vitesse libre $U_{\infty} = 40$ m/s) n'arrive pas exciter les autres modes. En effet, en expérimental et pour un faible régime de vitesse d'écoulement il devient plus difficile d'exciter une structure comme celle de ce panneau de fuselage. En outre, l'importance de l'amortissement structural a un effet sur le résultat.

Ceci explique encore le décalage dans la courbe acoustique (celle de la puissance acoustique rayonnée dans la figure 5.11) et on peut ajouter que les conditions aux limites jouent un rôle important sur l'exactitude du résultat. Ce panneau est encastré sur ses bords, une partie des raidisseurs le sont aussi, ce qui rend la mission d'une excitation aérienne difficile pour coïncider en pratique avec un résultat numérique. Les conditions aux limites influent le comportement vibroacoustique en basses fréquences (gamme fréquentielle principalement ciblée pour la validation). Donc une maîtrise des conditions aux limites peut améliorer le résultat expérimental. On peut ajouter aussi que la différence entre l'expérimental et le numérique peut être expliquée par le fait que le modèle est établi sous forme d'une structure homogène et isotrope avec des éléments en Shell alors que le vrai panneau est sous forme de panneau principal sur lequel sont encastrés des raidisseurs par assemblage riveté.

Lorsqu'on monte en fréquence, les deux courbes commencent à coïncider. Dans ces régions, c'est l'autospectre de pression pariétale qui pilote la tendance des courbes dans le niveau et dans la décroissance. Un résultat à moyenne glissante ou un résultat moyenné par bande d'octave (exemple : bande en 1/3-octave) pourra coïncider en hautes fréquences mais vu que les basses fréquences sont ceux qui nous intéressent dans l'étude du comportement vibroacoustique de cette structure, il s'avère inutile de réaliser et considérer ces genres de moyennage.

Donc en perspectives on peut proposer de concevoir un dispositif dans le montage expérimental qui permet la maîtrise des conditions aux limites afin d'obtenir des meilleurs résultats ou chercher une manière de tester ce panneau avec la condition simplement supporté sur ses bords. La prise en compte de ces améliorations permettra de mieux étudier et de mieux comprendre l'effet des raidisseurs par rapport à un même panneau sans raidisseurs.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

Ce travail vise la validation numérique et expérimentale de modèles de prédiction vibroacoustique pour le cas d'une excitation par couche limite turbulente.

Dans ce but, on a implémenté des codes analytiques et on les a validés avec les codes et les logiciels appropriés puis on a effectué des validations expérimentales par mesure en soufflerie anéchoïque.

On a commencé par une étude bibliographique pour comprendre la physique derrière le phénomène aléatoire lié à la couche limite turbulente. Cette étude bibliographique englobe aussi un récapitulatif des modèles existants qui décrivent la couche limite turbulente en tant qu'excitation. Ces modèles, étant basés sur des études numériques et expérimentales et des lois semi-empiriques, sont caractérisés par la définition d'un interspectre et/ou un autospectre de pression pariétale. On a mis l'accent sur les modèles les plus récents et les plus utilisés dans les codes de prédiction vibroacoustique dans le cas d'excitation par CLT, notamment les modèles de Corcos, Cockburn-Robertson et Efimtsov. Ces modèles sont caractérisés aussi par leur séparation des variables spatiales dans la définition de leurs interspectres, précisément, dans les fonctions de cohérences spatiales ce qui facilite leur implémentation et leur mise en œuvre analytique. Durant cette étude aussi, on a invoqué les différentes techniques de mesures existantes liés au projet, principalement, les mesures de vitesse d'écoulement, des fluctuations de pression pariétale en soufflerie, les mesures vibratoires et acoustiques pour des structures sous écoulement turbulent.

En seconde étape, on a procédé à l'implémentation analytique sous Matlab des différentes approches de prédiction vibroacoustique des structures sous CLT et le calcul des différents indicateurs vibroacoustiques en mettant l'accent sur la vitesse quadratique moyenne, la puissance injectée et la puissance acoustique rayonnée pour un panneau simplement appuyé sur ses bords. On a commencé par une technique modale là où une attention particulière a été accordé au calcul de la 'Joint-Acceptance' qui est une fonction qui fait le lien entre les déformés modales de la structure et la répartition spatiale de l'excitation. Cette technique a été validé avec le code NOVA suivant son approche modale. Par la suite, on a implémenté une méthode énergétique (SEA) et on a constaté sa fiabilité en hautes fréquences en la validant avec le code NOVA suivant son approche énergétique et avec VAOne-SEA. Puis, la méthode par éléments finis (FEM) a été implémentée suivant deux méthodes : la stochastique et la déterministe. Cette méthode

a été validée avec le code NOVAFEM et VAOne-FEM montrant une fiabilité plutôt en basses fréquences.

En troisième étape, dans un article scientifique présenté au quatrième chapitre, une validation expérimentale a été effectuée. Cet article présente les résultats des mesures de vibrations et de puissance acoustique rayonnée réalisées sur un panneau rectangulaire en aluminium simplement supporté sur ses bords et testé dans une soufflerie anéchoïque à faible vitesse d'écoulement. Le but de ces mesures est de fournir des cas de validation pour les prédictions analytiques présentés dans le chapitre qui précède. La configuration de la mesure a été soigneusement validée du comportement du panneau au montage d'un réseau de microphones permettant d'estimer directement le rayonnement acoustique du panneau. Les comparaisons présentées entre les calculs analytiques et les résultats expérimentaux pour la vitesse quadratique moyenne et la puissance acoustique rayonnée se sont révélées globalement satisfaisantes pour les deux excitations (c'est à dire couche limite turbulente et excitation mécanique ponctuelle par le pot vibrant). Étant donné que très peu d'études (en particulier expérimentales) ont à ce jour pris en compte les effets du fluide convectif sur le rayonnement acoustique structural, le résultat préliminaire obtenu concernant l'efficacité de rayonnement pourrait être difficile à interpréter et à généraliser directement.

En dernière étape, une application expérimentale et numérique a été réalisée pour une structure plus complexe qui est un panneau de fuselage raidi. Durant l'étude numérique de cette structure, on a mis en œuvre les outils nécessaires pour modéliser sa géométrie, la simulation et la détermination de ses modes propres puis l'analyse de sa réponse vibroacoustique sous une excitation par CLT. Il a été testé dans la soufflerie anéchoïque en l'excitant par le même écoulement appliqué pour le panneau simplement appuyé mais dans des conditions aux limites d'encastrement sur ses bords. Les résultats de l'étude expérimentale montrent un accord au niveau de la tendance avec les courbes obtenus en numérique mais ils peuvent être améliorés pour capturer la totalité des modes dans la gamme fréquentielle de l'étude. Ceci est expliqué par le fort amortissement structural (on n'arrive pas à exciter avec notre écoulement en pratique tous les modes existants dans la gamme fréquentielle ciblée sauf quelques-uns) et surtout par la non-maîtrise des conditions aux limites ce qui permet de proposer, en perspectives, de concevoir et produire un dispositif expérimental qui permet d'effectuer judicieusement la mise en place des conditions aux limites souhaités pour des telles structures.

Dans le même contexte de perspectives, on propose une étude paramétrique qui inclura la variation de la vitesse d'écoulement et de l'amortissement structural du panneau sur une plage de fréquences étendue.

Liste des références

- [1] R. Anney, "Peuravion <http://peuravion.com/statistiques-avion.html>," Sept-2018. .
- [2] R. Adil, "Modélisation et simulation en mécanique Fluides _ Écoulements à grand nombre de Reynolds Re : couche limite," Cours à Université de Caen, 2011.
- [3] G. M. Corcos, "The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows," *J. Fluid Mech.*, vol. 18, pp. 353–378, 1964.
- [4] G. M. Corcos, "Resolution of pressure in turbulence," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 35, pp. 192–199, 1963.
- [5] W. Willmarth and C. Woolridge, "Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbuelent boundary layer," *J. Fluid Mech.*, vol. 14, pp. 187–210, 1962.
- [6] M. Bull, "Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow," *J. Fluid Mech.*, vol. 28, pp. 719–754, 1967.
- [7] B. M. Efimtsov, "Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large reynolds numbers," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 28, pp. 289–292, 1982.
- [8] J. A. Cockburn and J. E. Robertsson, "Vibration response of spacecraft shrouds to in-flight fluctuating pressures," *J. Sound Vib.*, vol. 33, no. 4, pp. 399–425, 1974.
- [9] J. A. Cockburn and A. C. Jolly, "Structural-acoustic response,noise transmission losses and interior noise levels of an aircraft fuselage excited by random pressure fields," 1968.
- [10] B. M. Efimtsov, "Similarity criteria for the spectra of wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer.," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 30, pp. 33–35, 1984.
- [11] S. Bano, R. Marmey, L. Jourdan, and J. P. Guibergia, "Étude théorique et expérimentale de la réponse vibro-acoustique d'une plaque couplée à une cavité en fluide lourd," *J. d'Acoustique*, vol. 5, pp. 99–124, 1992.
- [12] G. Robert, "Modélisation et simulation du champ exciteur induit sur une structure par une couche limite turbulente," Thèse de doctorat, 'École Centrale de Lyon, 1984.
- [13] M. Abderrazak, "Étude numérique et expérimentale de la réponse vibro-vcoustique des structures raidies à des excitations aériennes Et solidiennes," Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, 2011.
- [14] S. Finnveden, F. Birgersson, U. Ross, and T. Kremer, "A model of wall pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration," *J. Fluids Struct.*, vol. 20, pp. 1127–1143, 2005.
- [15] A. V. Smolyakov and V. M. Tkachenko, "Model of a Field of Pseudosonic Turbulent Wall Pressures and Experimental Data," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 6, no. 627–631, 1991.
- [16] R. Hugues, "Le bruit aérodynamique des avions Airbus : état de l'art et programmes de recherche," in *Acoustique & Techniques*, 1997.
- [17] AREELIS, "<http://www.areelis.fr/documentation-techniques-de-mesure->

conventionnelles-20.html." .

- [18] A. Idier, "Réduction du bruit rayonné par un profil de pale par l'implantation de matériaux poreux," Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke, 2015.
- [19] DANTEC-DYNAMICS, "<https://www.dantecdynamics.com/hot-wire-probes>." Sept-2018.
- [20] P. Laffay, "Réduction du bruit propre d'une pale de ventilateur par la mise en place d'une fente de soufflage et de dents de scie sur le bord de fuite du profil," Université de Sherbrooke, 2014.
- [21] O. Robin, "Reproduction de champs de pression acoustique aléatoires sur des surfaces planes," Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, 2013.
- [22] B. Arguillat, D. Ricot, C. Bailly, and G. Robert, "Measured wavenumber: frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 128, pp. 1647–1655, 2010.
- [23] O. Robin, S. Moreau, T. Padois, and A. Berry, "Measurement of the wavenumber-frequency spectrum of wall pressure fluctuations: spiral-shaped rotative arrays with pinhole-mounted quarter inch microphones," *AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf.*, pp. 1–18, 2013.
- [24] J. Van Blitterswyk and J. Rocha, "An experimental study of the wall-pressure fluctuations beneath low Reynolds number turbulent boundary layers," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 141, 2017.
- [25] W. V. Bhat, "Interior noise radiated by an airplane fuselage subjected to turbulent boundary layer excitation and evaluation of noise reduction treatments," *J. Sound Vib.*, vol. 18, no. 4, pp. 449–464, 1971.
- [26] W. V. Bhat, "Flight test measurement of exterior turbulent boundary layer pressure fluctuations on boeing model 737 airplane.," *J. Sound Vib.*, vol. 14, no. 4, pp. 439–457, 1971.
- [27] J. F. Wilby and F. L. Gloyna, "Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part i : jet noise excitation," *J. Sound Vib.*, vol. 23, no. 4, pp. 467–486, 1972.
- [28] J. F. Wilby and F. L. Gloyna, "Vibration measurements of an airplane fuselage structure, part i : turbulent boundary excitation," *J. Sound Vib.*, vol. 23, no. 4, pp. 443–466, 1972.
- [29] J. Rocha and D. Palumbo, "On the sensitivity of sound power radiated by aircraft panels to turbulent boundary layer parameters," *J. Sound Vib.*, vol. 331, pp. 4785–4806, 2012.
- [30] J. Rocha and D. Palumbo, "The Influence of Boundary Layer Parameters on Interior Noise," in *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Colorado Springs, CO*, 2012, pp. 4–6.
- [31] D. Palumbo, "Measurement of the Correlation and Coherence lengths in Boundary Layer Flight Data," *NASA Tech. Memo.*, no. TM-2010-217060, 2011.
- [32] A. Purohit, A. K. Darpe, and S. P. Singh, "Experimental investigations on flow induced vibration of an externally excited flexible plate," *J. Sound Vib.*, vol. 371, pp. 237–251, 2016.

- [33] J. Osterziel, F. J. Zenger, and S. Becker, "Sound Radiation of Aerodynamically Excited Flat Plates into Cavities," *Appl. Sci.*, vol. 7, p. 1062, 2017.
- [34] N. Atalla and F. Sgard, *Finite Element and Boundary Methods in Structural Acoustics and Vibration*. CRC Press, 2015.
- [35] E. Levitte, "Réponse d'une plaque couplée à une cavité acoustique excitée par un écoulement turbulent," Université de Sherbrooke, 2007.
- [36] M. Aucejo, "Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent," Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2010.
- [37] R. H. Lyon and R. H. Dejong, *Theory and application of statistical energy analysis*. ASA, 1995.
- [38] N. Atalla, "GMC 722 Méthodes numériques en interaction fluide-structure Introduction à la SEA," Cours à l'Université de Sherbrooke, 2015.
- [39] M. Bonnet, *Equations intégrales et éléments de frontière - Applications en mécanique des solides et des fluides*, Editions E. 1995.
- [40] R. A. Jeans and I. C. Mathews, "Solution of fluid-structure interaction problems using a coupled finite element and variational boundary element technique," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, no. 5, pp. 2459–2466, 1990.
- [41] S. Mouhoubi, M. Bonnet, and L. Ulmet, "Une formulation symétrique pour le couplage éléments finis-éléments de frontière en mécanique," *Eur. J. Comput. Mech.*, vol. 11, pp. 277–289, 2002.
- [42] ESI, "VAOne Contents," 2016.
- [43] ESI, NOVA "User's guide." 2016.
- [44] MECANUM, NOVAFEM "User's guide." 2018.
- [45] A. E. H. Love, "The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell," *Philos. Trans. R. Soc. London. A*, vol. 179, pp. 491–549, 1988.
- [46] F. G. Leppington, E. G. Broadbent, and K. H. Heron, "The acoustic radiation efficiency from rectangular panels," *Proc. R. Soc. London*, vol. A382, pp. 245–271, 1982.
- [47] J. Coyette, "Champ de pression pariétale induit par les écoulements turbulents," in *IROQUA*, 2008.
- [48] J. D. Chazot and J. L. Guyader, "Prediction of transmission loss of double panels with a patch-mobility method," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 121, no. 1, pp. 267–278, 2007.
- [49] L. E. Witting and A. K. Sinha, "Simulation of multicorrelated random processes using the FFT Algorithm," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 58, no. 3, pp. 630–634, 1975.
- [50] J. Coyette, G. Lielens, P. Ploumhans, and J. D. Thiébaud, *Random vibrations and finite elements for modeling spacecraft and launch vehicles dynamic environment*. 2003.
- [51] E. Ciappi, S. De Rosa, F. Franco, J.-L. Guader, and S. Hambric, *Flinovia - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects - A Focus on Measurement, Modeling, Simulation*

- and Reproduction of the Flow Excitation and Flow Induced Response*. Springer, 2015.
- [52] E. Ciappi et al., *Flinovia - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects II - A Focus on Measurement, Modeling, Simulation and Reproduction of the Flow Excitation and Flow Induced Response*. Springer, 2017.
 - [53] L. Maestrello, "Measurement of noise radiated by boundary layer excited panels," *J. Sound Vib.*, vol. 2, no. 2, pp. 100–115, 1965.
 - [54] D. A. Bies, "A review of flight and wind tunnel measurements of boundary layer pressure fluctuations and induced structural response," in *NASA CR626*, 1966, p. 96.
 - [55] Y. M. Chang and P. Leehey, "Vibration of and acoustic radiation from a panel excited by adverse pressure gradient flow," MIT report nu. 70208-12, 1976.
 - [56] M. Smith and E. Latorre Iglesias, "Vibration and noise radiation from a panel excited by a turbulent flow," in *Proc. Acoustics2012*, Nantes, France, 2012, pp. 1845–1850.
 - [57] B. Liu, H. Zhang, Z. Qian, D. Chang, Q. Yan, and W. Huang, "Influence of stiffeners on plate vibration and radiated noise excited by turbulent boundary layers," *Appl. Acoust.*, vol. 80, pp. 28–35, 2014.
 - [58] M. Allen and N. Vlahopoulos, "Noise generated from a flexible and elastically supported structure subject to turbulent boundary layer flow excitation," *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 37, no. 9, pp. 687–712, 2001.
 - [59] S. Moreau, V. P. K. Vadavalli, and N. Atalla, "Statistical Properties of Pressure Loadings and Vibroacoustic Response of a Simplified Side Glass Induced by the Flow over Generic Flow-deflector and Side-mirror," in *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (32nd AIAA Aeroacoustics Conference)*, 2011, p. 2848.
 - [60] R. H. Mellen, "Wave-vector filter analysis of turbulent flow," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, no. 3, pp. 1671–1673, 1994.
 - [61] W. K. Blake, *Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration*. New York: Academic Press, 1986.
 - [62] O. Robin, J. D. Chazot, R. Boulandet, M. Micheau, A. Berry, and N. Atalla, "A plane and thin panel with representative simply supported boundary conditions for laboratory vibroacoustic test," *Acta Acust. united with Acust.*, vol. 102, no. 1, pp. 170–182, 2016.
 - [63] C. Marchetto, L. Maxit, O. Robin, and A. Berry, "Experimental prediction of the vibration response of panels under a turbulent boundary layer excitation from sensitivity functions," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 143, no. 5, pp. 2954–2964, 2018.
 - [64] ISO3744:2010, "Acoustics -- Determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure -- Engineering methods for an essentially free field over a reflecting plane," .
 - [65] Y. Kou, B. Liu, and D. Chang, "Radiation efficiency of plates subjected to turbulent boundary layer fluctuations," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 252, no. 1, pp. 83–113, 2002.
 - [66] M. Crocker, "The response of a supersonic transport fuselage to boundary layer and to reverberant noise," *J. Sound Vib.*, vol. 9, no. 1, pp. 6–20, 1969.

- [67] C. Maury, P. Gardonio, S. Elliott, and P. Elliot, "A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel, part ii : Application to aircraft panel excited by a turbulent boundary layer," *J. Sound Vib.*, vol. 25, no. 1, pp. 115–139, 2002.
- [68] O. Collery, P. Neple, and J. L. Guyader, "Add-on damping patches efficiency on sound transmission of a thin plate under aerodynamic or acoustic excitation," in *Proceedings of Internoise2009 conference August 23-26*, 2009.
- [69] F. Sauer, "Aircraft Structural Considerations," Report in Vought Aircraft Industries Inc.
- [70] S. KAPOOR, "Aircraft Structure Manufacturing," 2012.
<http://sahil34935.blogspot.com/2013/03/aircraft-structure-manufacturing.html>.
Nov-2018
- [71] I. Zardadkhan, "Simulation: Shell Elements vs. Solid Elements," 2012.
<https://www.javelin-tech.com/blog/2012/10/shell-vs-solid-elements/>.Nov-2018.
- [72] R. F. Gibson, "Dynamic behavior of fiber-reinforced composites : Measurements and analysis," *J. Compos. Mater.*, vol. 10, pp. 325–332, 1976.
- [73] L. Zhang and M. J. Crocker, "Effects of thickness and delamination on the damping in honeycomb-foam sandwich beams," *J. Sound Vib.*, vol. 294, pp. 473–485, 2006.
- [74] L. D. Pope and J. F. WILBY, "Band-limited power flow into enclosures," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 62, no. 44, pp. 906–911, 1977.

Annexe A Calcul de la Joint Acceptance

Dans cette annexe, on calcule le terme Joint-Acceptance dans le cas du modèle de Corcos présenté dans l'équation 2.2 exprimé dans le domaine spatial.

$$J_{mn}^2 = \frac{1}{S^2} \int_S \int_S \varphi_{mn}(x, y) \psi(x, y, x', y') \varphi_{mn}(x', y') dS dS' \quad (\text{A.1})$$

A.1 Calcul de l'intégrale suivant x

On calcule dans ce paragraphe la Joint-Acceptance selon la direction x. On a

$$J_{mn}^A = \frac{1}{S^2} \int_S \int_S \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) e^{(-\alpha_x |x|)} e^{\left(\frac{-j\omega x}{U_c}\right)} dx dx' \quad (\text{A.2})$$

On écrit le sinus sous forme complexe en utilisant les formules d'Euler, on note $\omega_c = \frac{\omega}{U_c}$

et on effectue le changement de variables $y = x - x'$. On a $J_{mn}^a = J_{mn}^{a+} + J_{mn}^{a-}$ tels que :

$$J_{mn}^{a+} = \frac{1}{(2j)^2} \int_0^a \int_0^x \left(e^{\left(jm\pi \frac{2x-y}{a}\right)} + e^{\left(-jm\pi \frac{2x-y}{a}\right)} - e^{\left(jm\pi \frac{y}{a}\right)} - e^{\left(-jm\pi \frac{y}{a}\right)} \right) e^{(-\alpha_x |y|)} e^{(-j\omega_c y)} dx dy \quad (\text{A.3})$$

$$J_{mn}^{a-} = \frac{1}{(2j)^2} \int_0^a \int_{x-a}^0 \left(e^{\left(jm\pi \frac{2x-y}{a}\right)} + e^{\left(-jm\pi \frac{2x-y}{a}\right)} - e^{\left(jm\pi \frac{y}{a}\right)} - e^{\left(-jm\pi \frac{y}{a}\right)} \right) e^{(\alpha_x |y|)} e^{(-j\omega_c y)} dx dy \quad (\text{A.4})$$

A.1.1 Calcul de J_{mn}^{a+} :

On pose :

$$c_0 = \frac{2jm\pi}{a}, \quad c_1 = \alpha_x - j\frac{\omega}{U_c}, \quad c_2 = -\alpha_x - j\frac{\omega}{U_c} \quad \text{et} \quad J_{mn}^{a+} = I_1 + I_2 \quad \text{avec} :$$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{1}{(2j)^2} \frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_2} \int_0^a (e^{c_0 x} - 1) \left(e^{\left(\frac{-c_0}{2} + c_2\right)x} - 1 \right) dx \\ I_2 = \frac{1}{(2j)^2} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_2} \int_0^a (e^{-c_0 x} - 1) \left(e^{\left(\frac{c_0}{2} + c_2\right)x} - 1 \right) dx \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Après le calcul des intégrales I_1 et I_2 , on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{1}{(2j)^2} \left[\frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_2} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_2} \left((-1)^m e^{c_2 a} - 1 \right) - \frac{1}{\left(-\frac{c_0}{2} + c_2 \right)^2} \left((-1)^m e^{c_2 a} - 1 \right) + \frac{a}{-\frac{c_0}{2} + c_2} \right] \\ I_2 = \frac{1}{(2j)^2} \left[\frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_2} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_2} \left((-1)^m e^{c_2 a} - 1 \right) - \frac{1}{\left(\frac{c_0}{2} + c_2 \right)^2} \left((-1)^m e^{c_2 a} - 1 \right) + \frac{a}{\frac{c_0}{2} + c_2} \right] \end{array} \right. \quad (\text{A.6})$$

A.1.2 Calcul de J_{mn}^{a-} :

Pour calculer J_{mn}^{a-} , on applique la même méthode utilisée pour calculer J_{mn}^{a+} .

$J_{mn}^{a-} = I_3 + I_4$ avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = \frac{1}{(2j)^2} \frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_2} \int_0^a \left(e^{c_0 x} - 1 \right) \left(1 - e^{\left(-\frac{c_0}{2} + c_2 \right) (x-a)} \right) dx \\ I_4 = \frac{1}{(2j)^2} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_2} \int_0^a \left(e^{-c_0 x} - 1 \right) \left(1 - e^{\left(\frac{c_0}{2} + c_2 \right) (x-a)} \right) dx \end{array} \right. \quad (\text{A.7})$$

Après le calcul des intégrales I_3 et I_4 , on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = \frac{1}{(2j)^2} \left[\frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_1} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_1} e^{c_0 x_0} \left(1 - (-1)^m e^{c_1 a} \right) + \frac{1}{\left(-\frac{c_0}{2} + c_1 \right)^2} \left(1 - (-1)^m e^{c_1 a} \right) - \frac{a}{-\frac{c_0}{2} + c_1} \right] \\ I_4 = \frac{1}{(2j)^2} \left[\frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_1} \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_1} e^{-c_0 x_0} \left(1 - (-1)^m e^{c_1 a} \right) + \frac{1}{\left(\frac{c_0}{2} + c_1 \right)^2} \left(1 - (-1)^m e^{c_1 a} \right) + \frac{a}{\frac{c_0}{2} + c_1} \right] \end{array} \right. \quad (\text{A.8})$$

En sommant les expressions I_1 , I_2 , I_3 et I_4 , on trouve :

$$\begin{aligned}
J_{mn}^A = & -\frac{a}{4} \left(\frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_2} + \frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_2} - \frac{1}{\frac{c_0}{2} + c_1} - \frac{1}{-\frac{c_0}{2} + c_1} \right) \\
& + \frac{1}{4} \left(1 - (-1)^m e^{-ac_1} \right) \left(\frac{2}{c_1^2 - \frac{c_0^2}{4}} - \frac{1}{\left(\frac{c_0}{2} + c_1 \right)^2} - \frac{1}{\left(-\frac{c_0}{2} + c_1 \right)^2} \right) \\
& - \frac{1}{4} \left(1 - (-1)^m e^{-ac_2} \right) \left(\frac{2}{c_2^2 - \frac{c_0^2}{4}} - \frac{1}{\left(\frac{c_0}{2} + c_2 \right)^2} - \frac{1}{\left(-\frac{c_0}{2} + c_2 \right)^2} \right)
\end{aligned} \tag{A.9}$$

Avec $c_0 = \frac{2jm\pi}{a}$, $c_1 = \alpha_x - j\frac{\omega}{U_c}$ et $c_2 = -\alpha_x - j\frac{\omega}{U_c}$

A.2 Calcul de l'intégrale suivant y

L'intégrale suivant selon la direction y s'écrit :

$$J_{mn}^B = \frac{1}{S^2} \int_S \int_S \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{b}\right) e^{(-\alpha_y |y-y'|)} dx dx' \tag{A.10}$$

On suit la même démarche que pour le calcul de l'intégrale suivant x en posant

$$c_3 = \frac{2jn\pi}{b} \text{ et } c_4 = -\alpha_y$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
J_{mn}^B = & -\frac{b}{4} \left(\frac{1}{\frac{c_3}{2} + c_4} + \frac{1}{-\frac{c_3}{2} + c_4} - \frac{1}{\frac{c_3}{2} - c_4} - \frac{1}{-\frac{c_3}{2} - c_4} \right) \\
& + \frac{1}{4} \left(1 - (-1)^m e^{bc_4} \right) \left[\frac{\frac{2}{c_4^2 - \frac{c_3^2}{4}} - \frac{2}{\frac{c_3^2}{4} - c_4^2}}{\frac{1}{\left(\frac{c_3}{2} + c_4 \right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{c_3}{2} - c_4 \right)^2} - \frac{1}{\left(-\frac{c_3}{2} - c_4 \right)^2} - \frac{1}{\left(-\frac{c_3}{2} + c_4 \right)^2}} \right]
\end{aligned} \tag{A.11}$$

En multipliant J_{mn}^A et J_{mn}^B , on trouve l'expression finale de la Joint-Acceptance J_{mn}^2

$$J_{mn}^2 = J_{mn}^A J_{mn}^B \quad (\text{A.12})$$

Approximation de la Joint Acceptance suivant le modèle de Cockburn-Robertson

En exploitant la propriété de séparation de variables, Pope [74] approxime la Joint-Acceptance suivant le modèle de Cockburn-Robertson de la manière suivante :

$$J_{mn}^2 = J_m \cdot J_n \quad (\text{A.13})$$

Avec :

$$J_i(i, L, k, kd) = \frac{2(T_1 + T_2 + T_3)}{(\pi i \Delta)^2}$$

$$T_1 = P \left(1 - (-1)^i \varepsilon \cos(kL) \right)$$

$$T_2 = 4Q(-1)^i \varepsilon \sin(kL)$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \pi i R \Delta$$

$$a = \frac{kL}{i\pi}$$

$$d = \frac{kdL}{i\pi}$$

$$R = t_1 d$$

$$t_1 = 1 + a^2 + d^2$$

$$t_2 = 1 - a^2 + d^2$$

$$\varepsilon = e^{-kdL}$$

$$\Delta = t_1^2 - 4a^2$$

$$P = t_2^2 - 4a^2 d^2$$

$$k_i = \omega \frac{k f_i}{U_c}$$

$$kd_i = d_i \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + \frac{1}{9\delta}}; d_1 = c_x; d_2 = c_y$$

L représente une dimension caractéristique de la plaque, dans notre cas a ou b .

$$J_{mn}^2 = J_1(m, a, k_1, kd_1) \cdot J_2(n, b, k_2, kd_2) \quad (\text{A.14})$$

Annexe B Expression de la matrice de couplage C

En premier temps on écrit la matrice C de façon explicite pour un ordre (m,n,p,q,l) quelconque :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11000} & C_{11000} & C_{11000} & \cdots & \cdots & C_{11pql} \\ C_{12000} & C_{12001} & C_{12002} & & & C_{12pql} \\ C_{13000} & C_{13001} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ C_{mn000} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & C_{mnpql} \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Pour plus de lisibilité, on peut écrire B.1 sous la forme :

$$C = \begin{bmatrix} D_{10}E_{100} & D_{11}E_{100} & D_{12}E_{100} & \cdots & \cdots & D_{11}E_{1ql} \\ D_{10}E_{200} & D_{11}E_{200} & D_{12}E_{200} & & & D_{1p}E_{2ql} \\ D_{10}E_{300} & D_{11}E_{300} & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ D_{m0}E_{n00} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & D_{mp}E_{nql} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Où :

$$D_{mp} = \int_0^a \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{p\pi x}{a}\right) dx$$

$$E_{nql} = \int_0^b \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{q\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{l\pi x}{l_c}\right) dx \quad (\text{B.3})$$

On alors :

$$C_{mnpql} = D_{mp}E_{nql} \quad (\text{B.4})$$

On prend le cas particulier $m = n = 2$ et $p = q = l = 1$:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11000} & C_{11001} & C_{11010} & C_{11011} & C_{11100} & C_{11101} & C_{11110} & C_{11111} \\ C_{12000} & C_{12001} & C_{12010} & C_{12011} & C_{12100} & C_{12101} & C_{12110} & C_{12111} \\ C_{21000} & C_{21001} & C_{21010} & C_{21011} & C_{21100} & C_{21101} & C_{21110} & C_{21111} \\ C_{22000} & C_{22001} & C_{22010} & C_{22011} & C_{22100} & C_{22101} & C_{22110} & C_{22111} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Ou encore avec (B.4), on a :

$$C = \begin{bmatrix} D_{10}E_{100} & D_{10}E_{101} & D_{10}E_{110} & D_{10}E_{111} & D_{11}E_{100} & D_{11}E_{101} & D_{11}E_{110} & D_{11}E_{111} \\ D_{10}E_{200} & D_{10}E_{201} & D_{10}E_{210} & D_{10}E_{211} & D_{11}E_{200} & D_{11}E_{201} & D_{11}E_{210} & D_{11}E_{211} \\ D_{20}E_{100} & D_{20}E_{101} & D_{20}E_{110} & D_{20}E_{111} & D_{21}E_{100} & D_{21}E_{101} & D_{21}E_{110} & D_{21}E_{111} \\ D_{20}E_{200} & D_{20}E_{201} & D_{20}E_{210} & D_{20}E_{211} & D_{21}E_{200} & D_{21}E_{201} & D_{21}E_{210} & D_{21}E_{211} \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

On pose :

$$E = \begin{bmatrix} E_{100} & E_{101} & E_{110} & E_{111} \\ E_{200} & E_{201} & E_{210} & E_{211} \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Et

$$D = \begin{bmatrix} D_{10} & D_{11} \\ D_{20} & D_{21} \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Alors on peut écrire C par bloc :

$$C = \begin{bmatrix} D_{10}E & D_{11}E \\ D_{20}E & D_{21}E \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

Par récurrence, on peut généraliser ce résultat à un ordre quelconque (m, n) et (p, q, l) qui correspondent au modes de la plaque et de la cavité, respectivement.

Annexe C Mise en plan du panneau raidi

